

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ



ΠΕΡΙ ΤΗΣ

ΑΡΧΑΙΑΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'

§ 1. Ἀπόδειξις τῆς ἀξίας τῆς ἀληθοῦς

διαπασωνικῆς κλίμακος.

Ἡ μετὰ μεγάλης προσοχῆς ἐπανειλημμένη ἀνάγνωσις τῶν θεωρημάτων τοῦ Εὐκλείδου εἶνε πράγματι μουσικὴ τροφή διὰ τοὺς ἱεροφάλτας τοὺς ἀγνοοῦντας τὰ ἐξῆς ζητήματα :

Τί ἐστὶ τὸ Πυθαγόριον μονόχορδον ; Τί ἐστὶν ἡ κλίμαξ τῆς Μουσικῆς ; Τί τὸ Διπλάσιον ; Τί τὸ Διαπασῶν ; Τί τὸ μῆκος τῆς χορδῆς ; Τί τὸ ἡμιόλιον ; Τί τὸ ἔλαττον κατ' Εὐκλείδην καὶ τί τὸ μεῖζον ; Ποῖον τὸ Διατεσσάρων τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων ; καὶ τί τὸ Διατεσσάρων τοῦ Διπλασίου, ὡς καὶ τὸ Διαπέντε τῶν ἀμφοτέρων ; Τί τὸ πεπιεσμένον καὶ τί τὸ ἀπίεστον ; Τί τὸ ἐπόγδοον καὶ τίνα τὰ ἐπόγδοα ὅλα ; Τίνες αἱ γνωσταὶ μὲν παρ' ἀρχαίοις, ἄγνωστοι δὲ τοῖς ἱεροφάλταις τρεῖς νέαι πρωτοφανεῖς ἡμῖν Διαπασωνικαὶ κλίμακες καὶ οἱ ἀριθμοὶ αὐτῶν ; Πάντα ταῦτα σαφῶς καὶ ἀκριβῶς ἐξηγοῦνται ἐν τοῖς κατωτέρω.

Ἡ Μουσικὴ κλίμαξ, ἥτοι ἡ κατὰ φωνὴν σκάλα τῆς Μουσικῆς ἐπιστήμης, εἶνε τὸ θεμέλιον πάσης μουσικῆς μελωδίας. Ὅπως δὲ πάσης σκέψεως, παντὸς συλλογισμοῦ, πάσης πράξεως καὶ τῶν τοιούτων, ἐὰν ἡ ἀρχή, ἡ βάσις, ἀφ' ἧς ἀναχωροῦμεν, εἶνε ἐσφαλμένη, καὶ τὸ ὅλον πνευματικὸν ἢ τεχνικὸν οἰκοδόμημα ἡμῶν ἔσται σφαλερὸν καὶ σαθρόν, οὕτω καὶ τοῦ ἀρχικοῦ θεμελίου τῆς Μουσικῆς ἡμῶν, τῆς θεμελίου λέγομεν κλίμακος, κακῶς καὶ ἐσφαλμένως τεθείσης καὶ ἐλλείπουσος κατὰ 4 καὶ 6 καὶ 8 τμήματα, ἐπόμενον εἶνε ὅτι καὶ πᾶσα ἡ ἐπ' αὐτῆς οἰκοδομή ἔσται ἀνεπιστημονικὴ καὶ λελανθασμένη, διότι κατὰ τὸ ἀξίωμα «ἐνδὸς ἀτόπου δοθέντος, μυρία ἔπεται».

Τὰ τμήματα καὶ οἱ τονικοὶ ἀριθμοὶ τῆς Μουσικῆς εὐρέθησαν τὸ πρῶτον ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου, ὅστις μετρήσας ἀκριβῶς διὰ τοῦ

διαβήτου τὸ μῆκος τῆς χορδῆς τοῦ μονοχόρδου ἀπὸ τοῦ πρώτου ἄκρου ἕως τοῦ δευτέρου, διήρесеεν αὐτὴν εἰς ἀναλόγους μικρὰς γραμμάς 108, ἐξ ὧν εἶπα προσδιώρισε τοὺς ἀριθμοὺς τῶν τόνων καὶ ἡμιτονίων ὡς καὶ τῆς Διαπασῶν. Ὡστε οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι εἶνε αἱ δυνάμεις τῶν τόνων τῆς καθ' 72 κλίμακος. Διὰ τοῦτο παραδεχόμεθα ὅτι ἡ ἀξία τῆς Διαπασῶν κατὰ Πυθαγόραν, ἐξ οὗ ἐφωτίσθησαν οἱ ἀοίδιμοι Διδάσκαλοι, εἶνε 72, οὐχὶ δὲ 68, ὡς ἔχουσιν οἱ ἀείμνηστοι. Ἐκ τῆς Διαπασωνικῆς δὲ ταύτης κλίμακος, οὔσης θεμελίου λίθου τῆς Μουσικῆς, θὰ ἀρχίσῃ ἡ διόρθωσις τῶν διαφορῶν ἀνωμαλιῶν.

Ὅποσοι μέχρι σήμερον Σύλλογοι καὶ Μουσικὰ Σωματεῖα δὲν ἰδρύθησαν πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον καὶ ἡλικαὶ σφοδραὶ συζητήσεις δὲν διεξήχθησαν ὑπὸ τῶν ἀπανταχοῦ Ἱεροφαιτῶν δυστυχῶς ἄνευ ἀποτελέσματος. Καὶ οἱ μὲν καὶ τὰ δὲ παρήλθον χωρὶς ν' ἀφίσωσιν οὐδὲν ἵχνος τῆς διαβάσεώς των. Καὶ ἡμεῖς ἐπανειλημμένως πραγματευθέντες περὶ τοῦ ζητήματος τούτου καὶ δεόντως συστήσαντες καὶ τονίσαντες τὸ πρᾶγμα εἰς τοὺς ἀρμόδιους οὐ μόνον δὲν ἐτύχμεν τῆς δεούσης προσοχῆς καὶ ἀπαντήσεως, ἀλλὰ καὶ ὀχληροὶ ἐφάνημεν καὶ μονονοῦ ὑβρίσθημεν. Ἄλλ' οὐ τοῦ παρόντος.

Προβαίνοντες ἤδη εἰς τὴν ἐξήγησιν τῶν δύο σπουδαιοτάτων θεωρημάτων τοῦ Εὐκλείδου, τοῦ ΙΔ' καὶ ΙΕ', ὁρθὸν ἐκρίναμεν νὰ προτάξωμεν τὴν ἐξῆς παρατήρησιν: Ὅπως δῆλα δὴ ὁ ἐξωθεν οἰκίας τινὸς ἱστάμενος, ἔστω οὗτος καὶ ἐμπειρότατός τις ἀρχιτέκτων, ἐὰν δὲν εἰσέλθῃ ἐντὸς αὐτῆς καὶ δὲν παρατηρήσῃ ὅλας τὰς διαιρέσεις καὶ τὰ θεμέλια αὐτῆς ἐκ τοῦ πλησίον, δὲν δικαιούται νὰ κατακρίνῃ ἐπιπολαίως τὸν κτίσαντα αὐτὴν ὡς ἄμαθῃ καὶ ἄτεχνον, καθ' ὅμοιον τροπὸν καὶ ὁ μὴ ἔχων τοῦλάχιστον ὀλίγας μαθηματικὰς γνώσεις δὲν δικαιούται νὰ ἐκφέρῃ ἀπλῶς πως ἐπὶ τῆς φαντασίας τοῦ βασιζόμενος κρίσεις καὶ ἐπικρίσεις περὶ μουσικῆς τινὸς κλίμακος καὶ τῶν τονικῶν διαιρέσεων αὐτῆς, οὐδ' ὀφείλει νὰ ἀναμιγνύηται εἰς τοιαῦτα ζητήματα ἀνώτερα τῶν δυνάμεων αὐτοῦ, ἐπειδὴ ὁ τοιοῦτος ἐξωθεν τῆς

ἐπιστημονικῆς μουσικῆς οἰκοδομῆς εὐρισκόμενος, ἀδυνατεῖ νὰ κατανοῇ καὶ βλέπῃ τὴν προσήκουσαν κατατομὴν κατὰ τὸ «Ὁ πειραμάτων ἄπειρος οὐ βλέπει βλέπων».

Καὶ ἤδη ἐπὶ τὸ προκείμενον :

Ὁ Εὐκλείδης λοιπὸν σύμφωνος καὶ οὗτος μεθ' ὧν τῶν φιλοσόφων μαρτυρεῖ περὶ τῆς καθ' 72 ἀξίας τῆς κλιμακοειδοῦς Διαπασῶν καὶ τοῦ τετραχόρδου αὐτῆς λέγων : «Ὅλον τὸ Διατεσσάρων εἰς τριάκοντα»· ἐπειδὴ δέ, ὡς πασίγνωστον ἡ κλίμαξ ἔχει δύο Διατεσσάρων, δηλαδὴ δύο τετράχορδα ἀνὰ 30 = 60

Μεταξὺ δὲ τῶν δύο Διατεσσάρων ὑπάρχει τις μείζων τόνος Διαζευτικὸς ἔχων ἀξίαν 12

Τὸ ὅλον ἄρα 72

Ἀλλαχοῦ δὲ πάλιν ὁ αὐτὸς Εὐκλείδης λέγει :

«Τὸ Διαπασῶν τόνων ἕξ, ἡμιτονίων δώδεκα»

ὅπερ πάλιν 72(*)

Ἐνταῦθα ὁμως γεννᾶται ἕτερον ζήτημα. Ἐν ᾧ δηλαδὴ ὅλοι οἱ ἀρχαῖοι μουσικοφιλόσοφοι, μὴδ' αὐτοῦ τοῦ Εὐκλείδου ἐξαιρουμένου, ὁμολογοῦσι καὶ μαρτυροῦσι περὶ τῆς καθ' 72 ἀξίας τῆς κλίμακος, (*) ἀκατάληπτόν ἐστι, πῶς ἀλλαχοῦ ὁ αὐτὸς Εὐκλείδης, ὡσεὶ ἀναιρῶν τὴν ἀνωτέρω δοξασίαν αὐτοῦ περὶ τῆς ἐκ τόνων ἕξ ἀξίας τῆς Διαπασῶν, λέγει : «Τὸ Διαπασῶν ἑλάττω ἢ ἕξ τόνων». Πῶς οὗτος, ἐν ᾧ πρότερον ἦτο

(*) Μ' ὅλα ταῦτα ὑπῆρξαν πολλοὶ καὶ αὐτοτιτολορηρούμενοι μουσικολόγοι, οἵτινες μὴ κατανοοῦντες τὴν διαφορὰν τῆς ἐπιστήμης ἀπὸ τῆς τέχνης ἐτόλμησαν νὰ εἰπωσι παχυλὴν ἀμάθειαν ὀρλισκάνοντες : Τί σημαίνει, ἂν ἡ ἀξία τῆς κλίμακος εἶνε 68 ἀντὶ 72· ὡς νὰ ἔλεγον οὗτοι, τί σημαίνει, ἂν εἰς τὸ Γαλλικὸν μέτρον δώσωμεν ἀξίαν 90 ἑκατοστῶν ἀντὶ τῶν γενικῶς ἐν χρήσει συνήθων 100 ἑκατοστῶν ; Διὰ τοὺς τοιοῦτους δηλαδὴ οὐδὲν σημαίνει, ἂν ἐλλείπωσι καὶ δώδεκα ἑκατοστὰ ἀπὸ τῆς κλίμακος, διότι δὲν διακρίνουσι τὴν ἐπιστήμην τῆς τέχνης.

(*) Καὶ ὁ Γέρων Βιχχεῖος μαρτυρεῖ περὶ τούτου, λέγων : «Τὸ Διαπασῶν ἐκ τόνων ἕξ συνέστηκεν, ὅπερ πάλιν 72 σημαίνει.

σύμφωνος μεθ' ὅλων τῶν φιλοσόφων καὶ ἔλεγεν, ὅτι τὸ Δια-
πασῶν ἔχει ἕξ τόνους ἀνὰ $12=72$, καὶ τὸ Διατεσσάρων τριά-
κοντα, ὅπερ ὁμοίως μαρτυρεῖ τὸ 72, νῦν παλινωδῶν λέγει:

«Τὸ Διαπασῶν ἔλαττον ἢ ἕξ τόνων.

» Δέδεικται γὰρ τὸ μὲν Διαπασῶν Διπλάσιον.

» Ὁ δὲ τόνος ἐπόγδοος.

» Τὰ ἕξ ἐπόγδοα διαστήματα, μείζονά ἐστι Διπλάσιον,

» Τὸ ἄρα Διαπασῶν ἔλαττόν ἐστιν ἕξ τόνων,

» Καὶ τὸ Διατεσσάρων ἔλαττόν ἐστι δύο τόνων καὶ ἡμι-
τονίου,

» Καὶ τὸ Διαπέντε ἔλαττον τριῶν τόνων καὶ ἡμιτονίου».

Ἀκατάληπτον καὶ ἀνεξήγητον τί συμβαίνει ἐνταῦθα, καθότι
ὁ Εὐκλείδης, ἐν ᾧ ἐν τῇ Μουσικῇ τότε ὑπῆρχε κλίμαξ Δια-
πασωνικῇ ἢ τῶν ἕξ ἐπογδόων διαστημάτων, αἰφνης συνι-
στᾷ ἄλλην νέαν Διαπασῶν, τὸ Διπλάσιον, ἀπορρίπτει δὲ τὴν
καθ' 72 τοσαῦτα ἔτη παρὰ τῶν τότε Ἑλλήνων ἐθισθεῖσαν τῶν
ἕξ ἐπογδόων διαστημάτων κλίμακα καὶ λέγει ὅτι ταύτης τὰ
διαστήματα μείζονά εἰσι τοῦ Διπλάσιου. Ἡδὴ λοιπὸν ἐκτὸς
τῆς τῶν ἐπογδόων διαστημάτων κλίμακος θὰ ἔχωμεν καὶ ἄλ-
λην Διαπασῶν! Ἐξαιτούμεθα ἐνταῦθα τὴν σύντονον προσοχὴν
τῶν κ. κ. Συναδέλφων, ὅπως δυνηθῶσιν οὗτοι νὰ παρακολου-
θήσωσιν ἡμᾶς ἐν τῇ ἀποδείξει τῶν ἀληθειῶν τοῦ Εὐκλείδου,
διότι οὗτος καὶ εἰς τὸν πρῶτον κανόνα ἔχει δίκαιον, καὶ εἰς τὸν
δεύτερον ὁμοίως ἔχει δίκαιον. Εἰς τὸν πρῶτον κανόνα λέγει:
Τὸ Διαπασῶν ἔχει ἕξ τόνους, $6 \times 12 = 72$, ὅπερ ἀληθέστατον.
Εἰς τὸν δεύτερον κανόνα λέγει ἀντιφατικῶς ὅτι «Τὸ Διαπασῶν
ἔλαττόν ἐστιν ἕξ τόνων», ὅπερ ἐπίσης ἀληθέστατον! Ἐνταῦθα
παρουσιάζονται ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου δύο ἀλήθειαι ἀντιφάσκουσαι
ἀλλήλαις. Αἰταιτεῖται λοιπὸν ἰσχυρὰ προσοχὴ καὶ βαθεῖα
δξύνουα, ἵνα δυνηθῇ τις νὰ ἐννοήσῃ καὶ ἐξηγήσῃ τὴν δικαίαν
φάσιν, καὶ πάλιν τὴν δικαίαν ἀντίφασιν τοῦ Εὐκλείδου. Ὅπως
δὲ κατορθώσῃ τις τοῦτο ἐπιτυχῶς, δεόν πρῶτον νὰ γνωρίζῃ τὴν

κλίμακα τῶν ἐξ ἐπογδῶν τίς καὶ ὁποία εἶνε, καὶ τὸ Διπλάσιον Διαπασῶν ὁμοίως, διότι ἐκ τῶν λεγομένων αὐτοῦ παρατηροῦμεν ὅτι μᾶς παρουσιάζει οὗτος καὶ ἄλλας μυστηριώδεις Διαπασωνικάς ἀνακαλύψεις ῥητῶς καὶ ἀπεριστρόφως λέγων ὅτι Διαπασῶν εἶνε μόνον τὸ Διπλάσιον, οὐχὶ δὲ ἡ τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων, ἦν, οὕτως εἰπεῖν, ἀπορρίπτει ὡς μὴ ὀρθήν, τοῦθ' ὅπερ καὶ ὁ Γαυδέντιος συνομολογεῖ. Μαθέτω δὲ ὁ ἀναγνώστης ὅτι πάνθ' ὅσα λέγει ὁ Εὐκλείδης εἶνε λίαν σπουδαῖα καὶ ἀληθέστατα, ἐπειδὴ δὲν ὀνομάζει Διαπασῶν τὴν τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων, ἀλλὰ λέγει, «Διαπασῶν εἶνε τὸ **Διπλάσιον**». Τὴν δὲ τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων, τὴν θεωρεῖ ὡς κλίμακα, ὡς ἀπλὴν δῆλα δὴ σκάλαν τῆς Μουσικῆς, καθ' ὅτι δὲν ἔχει ἡμιτόνια, ἀλλὰ μόνον τόνους, μάλιστα δὲ ὅλους μεῖζονας, ὡς ἀνεμόσκαλα ἄνευ μουσικῆς ἀρμονίας. Τοῦτο μονώτατος καὶ πρῶτος παρατήρησεν ὁ Εὐκλείδης. Ἐξ ὧν δὲ λέγει οὗτος, παρατηροῦμεν ἀξιοπερίεργόν τι, ὅτι δῆλα δὴ ἐν τῇ χορδῇ ὑποκρύπτονται δύο καὶ τρεῖς Διαπασωνικαὶ κλίμακες. Ἡμεῖς δὲ ἅπαντες μέχρι τῆς σήμερον, ὡσεὶ κοιμώμενοι, περιορίσθημεν μόνον εἰς μίαν κλίμακα καὶ ἐκείνην ἀλλοίμονον ἐλλειπῇ κατὰ 4, 6 καὶ 8 τμήματα, ἄνευ οὐδεμιᾶς ἀποδείξεως καὶ ἄνευ τινὸς κανόνος ἵνα μάθωμεν, τίνος ἕνεκεν αὕτη ἔχει 68, 66 καὶ ἄλλοτε 64 τμήματα, ἐν ᾧ ἡ φύσις ἔχει μίαν μόνην ἐν ὅλοις τοῖς ἤχοις ἀντιφωνίαν (*).

Εἶπομεν προηγουμένως ὅτι ἐν τῇ χορδῇ ὑποκρύπτονται τριῶν εἰδῶν γνωστὰ μὲν παρ' ἀρχαίοις, ἄγνωστοι δὲ παρ' ἡμῖν κλί-

(*) Τινὲς δὲ ἐν τῇ Μουσικῇ ἐπιστήμῃ νηπιῶντες, ἀπλοῖ μόνον παθεῖν οὐ δεσπαί, μὴ κατανοοῦντες θεωρητικῶς τί λέγομεν, ἤγειραν ἐμπαθῇ πόλεμον καθ' ἡμῶν, ὡσεὶ νὰ ἐγράφομεν ἡμεῖς κατὰ τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς, ἐν ᾧ ὡς ὑπέρμαχοι ἀπὸ τριακονταετίας γράφομεν ὑπὲρ τῆς βελτιώσεως καὶ διορθώσεως τῶν πλείστων ἀνωμαλιῶν αὐτῆς, ἃς οὗτοι τῆς θεωρητικῆς οἰκοδομῆς τῆς Μουσικῆς ἔζωθεν εὐρισχόμενοι οὐδὲ κατ' ὄναρ διενοήθησάν ποτε.

μακες, ὧν ἡ πρώτη εἶνε ἡ τῶν ἑξ ἐπογδόων διαστημάτων, ἥτις ὁμῶς μὴ ἔχουσα ἡμιτόνια εἶνε ὡς ἀνεμόσκαλα ἀπλῶς μόνον ἐν τῷ 72 τμήματι ἐν ἑαυτῇ ἀντιφωνοῦσα καὶ πλεόν οὐ.

Ἡ ἑτέρα Διαπασῶν εἶνε τὸ **Διπλάσιον** καλούμενον (ὁρθῶς καὶ δικαίως οὕτω ὀνομασθέν, διότι εὐρίσκεται ἀκριβῶς κατὰ τὸ ἡμισυ τῆς χορδῆς, ὡς $54 + 54 = 108$), ὅπερ ἔχει καὶ ἡμιτόνια καὶ εὐῆχον ἀρμονίαν μὲ ἐπτὰ τόνους καὶ ὀκτὼ ρηθόγγους. Τούναντίον δὲ ἡ κλίμαξ τῶν ἑξ ἐπογδόων ἀνευ οὐδενὸς ἡμιτονίου, φυσικῶ τῷ λόγῳ, δὲν ἀπετέλει ὡς Διαπασῶν μουσικὴν τινὰ εὐῆχον ἀρμονίαν. Ἐκ τούτων ὅλων δικαίως εἰκάζομεν καὶ διισχυρίζομεθα κατὰ τὰ γεγραμμένα τοῦ Εὐκλείδου, ὅτι σχεδὸν ἅπαντες οἱ ἔμπροσθεν τοῦ Εὐκλείδου καὶ σύγχρονοι αὐτοῦ Ἕλληνες ὡς κοινὴν κλίμακα καὶ Διαπασῶν εἶχον μόνον τὴν τῶν ἑξ ἐπογδόων κλίμακα καὶ δὲν μετεχειρίζοντο καὶ τὸ **Διπλάσιον Διαπασῶν** (*). Καὶ ἀληθῶς οὕτως ἔχει, διότι, ἐὰν μετεχειρίζοντο καὶ τὸ Διπλάσιον ὡς Διαπασῶν, βεβαίως ἦτο ὅλως διόλου περιττὸν νὰ συνιστᾷ ὁ Εὐκλείδης πρὸς τοὺς συγχρόνους τοῦ ἀκριβῶς αὐτὸ τοῦτο, ὅπερ μετεχειρίζοντο ὡς Διαπασῶν, τὸ Διπλάσιον δῆλα δῆ. Ἐνταῦθα ἐδίκαιον εἶναι ἵσως τις νὰ μᾶς ἐρωτήσῃ: — Πῶς ἦτο δυνατόν νὰ μὴ κατανοήσωσιν οἱ ἔμπροσθεν τοῦ Εὐκλείδου Ἕλληνες ἢ οἱ σύγχρονοι αὐτοῦ τὴν ἐν τῇ κλίμακι τῶν ἑξ ἐπογδόων διαστημάτων ἐνυπάρχουσαν ἑλλειψίν τῶν ἡμιτονίων ὡς καὶ τὸ ἀνούσιον ἔτι καὶ παράφωνον τῶν τόνων τῆς; — Εἰς τοῦτον ἀπαντῶμεν νὰ μὴ ἀπορῇ περὶ τούτου, διότι καὶ ἡμεῖς σήμερον τὴν αὐτὴν ἄγνοιαν καὶ ἀναλγησίαν δεῖκνύομεν οὐ μόνον περὶ τῆς κλίμακος τῆς ἀληθοῦς Διαπασῶν τοῦ Διπλασίου, ἀλλὰ καὶ περὶ πολλῶν ἀκόμη ἄλλων, ἅτινα ἐν τοῖς οἰκείοις τόποις καταδεικνύομεν. Οὐδόλως δ' ἀπίθανον φαίνεται ἡμῖν ὅτι ἵσως ἕνεκα τῶν ἀνωτέρω λόγων οἱ ἀρχαῖοι ὠνόμασαν κλίμακα, οὐχὶ δὲ Διαπασῶν τὴν τῶν ἑξ ἐπογδόων.

(*) Καὶ σήμερον δ' ἔτι πολλοὶ ἀδασεῖς νομίζουσιν ὅτι δὲν ὑπάρχει ἄλλη τι Διαπασῶν, εἰμὴ μόνον ἡ καθ' 68 τῶν ἀειμνήστων Διδισχάλων.

Ἐν τῷ κατωτέρῳ διαγράμματι δέικνυται ἡ κλίμαξ καὶ ἡ χορδὴ τῶν ἐξ καὶ ἐννέα ἐπογδῶν διαστημάτων, ὅλων μειζόνων ἀπὸ τοῦ **Α**λφα τοῦ πρώτου ζυγοῦ τῆς χορδῆς μέχρι τοῦ **Β**ῆτα τοῦ δευτέρου καὶ τελευταίου ζυγοῦ, ἐφ' οὗ κáθηται ἡ χορδὴ, δι' ἧς παρουσιάζεται ἀπλῶς μόνον ἡ πρώτη καὶ βαρεῖα Διαπασωνικὴ ἀντιφωνία ἐπὶ τῶν 72 τμημάτων καὶ ἡ ὀξεῖα ἐπὶ τῶν 108 καὶ οὐδὲν πλέον. Τὸ ἀληθὲς ὅμως καὶ ἐπιστημονικὸν Διαπασῶν, ὡς ἀπεδείξαμεν ἀνωτέρω, πρέπει νὰ ἔχη πλὴν τῶν τόνων καὶ ἡμιτόνια. Κλίμαξ ἄρα, ἣτις δὲν ἔχει ἡμιτόνια, ὡς ἡ κλίμαξ τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων, ἐπιστημονικῶς καὶ Μουσικῶς δὲν πρέπει νὰ ὀνομάζεται Διαπασῶν, ἀλλὰ ἀπλῶς κλίμαξ ἦτοι σκάλα, ὡς ἡ τοῦ κατωτέρω διαγράμματος. Πόσον ἄρα ὀρθῶς ἔλεγεν ὁ Εὐκλείδης ὅτι Διαπασῶν εἶνε τὸ **Δι-πλάσιον**.

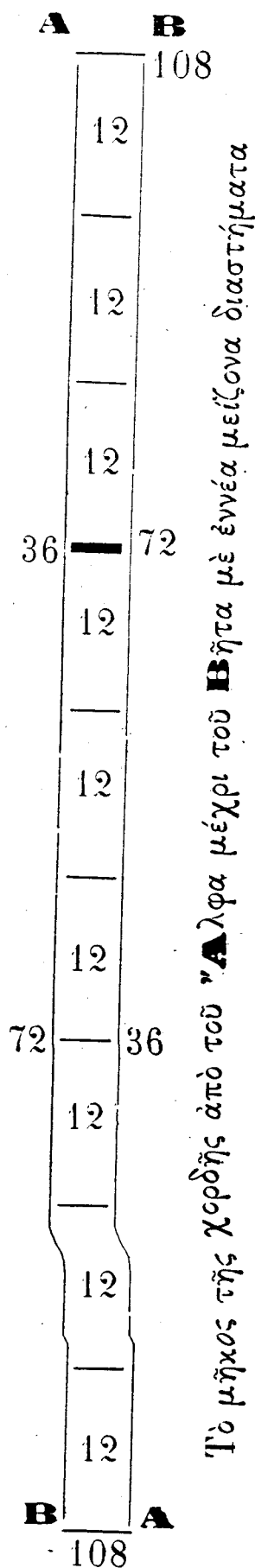
Ἰδοὺ ἡ Κλίμαξ
τῶν ἐννέα ἐπο-
γδῶν τόνων· ὅλοι
οἱ τόνοι εἶνε ἐπό-
γδοοι (μείζονες).

Ἐνταῦθα δὲ ἡ
τῶν ἐξ ἐπογδῶν
διαστημάτων ἄνευ
ἡμιτονίων, ἥτις ἀν-
τιφωνεῖ μὲν πρὸς
ἑαυτὴν ὡς Διαπα-
σῶν μὲ 72 τμή-
ματα, ἀλλὰ δὲν
ἐκτελεεῖ εὐρηχον ὁ-
κταφωνικὴν ἀντι-
φωνίαν.

Αὕτη ἡ τῶν ἐξ
ἐπογδῶν διαστη-
μάτων κλίμαξ ὀνο-
μάζεται καὶ καθ'
ἡμιόλιον, διότι ἡ
χορδὴ διαιρεῖται εἰς
3 ἴσα μέρη ἀνὰ 36,
τὸ ὅλον 108. Εἰς
μὲν τὰ $\frac{2}{3}$ ἦτοι εἰς

72 ἀντιφωνεῖ χα-

μηλῶς, εἰς δὲ 108 ὀξέως, διὰ τοῦτο ἡ κλίμαξ αὕτη ὀνομάζε



Πρῶτος τόνος ἐπόγδος

Τὸ μῆκος τῆς χορδῆς ἀπὸ τοῦ **A** ἄλφα μέχρι τοῦ **B** ἦτα μὲ ἐννέα μείζονα διαστήματα ἄνευ ἡμιτονίων. Ὅλα εἰσὶν ἐπόγδοα διαστήματα.

Πρῶτος τόνος ἐπόγδος

ται καθ' ἡμιόλιον ἐκ τοῦ ὅλον καὶ ἡμισυ, ὅλον μὲν τὸ 72, ἡμισυ δὲ 36=108.

Ὁ ἐπόγδοος τόνος τοῦ Πυθαγόρου, ἰδίως εἶνέ ὁ πρῶτος τόνος τοῦ μονοχόρδου τοῦ ἐν καθέτῳ στάσει τεθειμένου, δηλαδὴ τοῦ μὲν σκάφους τοῦ ὄργανου πρὸς τὰ κάτω, τῆς δὲ χειρίδος (ἢ τοῦ πήχεως) ἐπάνω. Καὶ ἄλλοτε εἶπομέν ὅτι οἱ ἀρχαῖοι τὰ ἔγχορδα ὄργανα ἔπαιζον κατὰ τοιαύτην στάσιν τῆς χορδῆς. Καὶ ὁ Πυθαγόρας λοιπὸν τὰς τονικὰς διαιρέσεις τοῦ μονοχόρδου κατὰ τοιαύτην στάσιν προσδιώρισε. Διαιρέσας τὴν ὅλην χορδὴν, ὡς ἀνωτέρω ἐδείχθη εἰς ἐννέα ἴσα μέρη, τὸ πρῶτον τονικὸν διάστημα, τὸ κατακόρυφον, τὸ κατὰ θέσιν μόνον καὶ στάσιν τῆς χορδῆς ὑψηλόν, κατὰ φωνὴν δὲ χαμηλόν, ὠνόμασεν **ἐπόγδοον τόνον**, διότι ἐπεκάθητο ὁ τόνος οὗτος τῶν ἄλλων ὀκτῶ μείζονων τόνων, οἵτινες ὅλοι ὁμοῦ μαρτυροῦσι τὴν ἀξίαν τῆς ὅλης χορδῆς 108. Ἀλλ' αὕτη ὡς εἶπομεν πολλάκις, ἄνευ ἡμιτονίων δὲν ἀπετέλει μελωδικὸν ἦχον. Ὁ τόνος οὗτος ὁ ἐπόγδοος ἀντήχει ὀξύτατα πρὸς τὰς ἄλλας ὀκτὼ διαιρέσεις κατὰ τρεῖς Διαπασῶν, διότι ὄντινα ἦχον δίδουσιν ὅλοι ὁμοῦ οἱ ὀκτὼ τόνοι, τὸν αὐτὸν ἦχον δίδει ὀξύτατα καὶ ὁ πρῶτος ἐπόγδοος τόνος, διότι εἰς τόνος μείζων $12 \times 8 = 96$, προστιθεμένου δὲ καὶ τοῦ ἐπογδόου τόνου $12 = 108$. Ἀκριβῶς δὲ ὁ τόνος οὗτος εἶνε ὁ ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου «**Ὑπάτη Βαρεῖα**» ἐπονομασθεῖς. Ὅτι δὲ οἱ ἀρχαῖοι ἔπαιζον τὰ ἔγχορδα ὄργανα ἀληθῶς κατὰ κάθετον στάσιν τῆς χορδῆς, μαρτυρεῖ τοῦτο ὁ Πυθαγορικὸς Νικόμαχος καὶ πιστοποιεῖ λέγων: «Ὁ βαρύτατος ἐν τῇ Διαπασῶν φθόγγος, **Ὑπάτη ἐκλήθη**» (Ἴδε Νικομαχ. σελ. 6), δηλαδὴ ὁ κατὰ φωνὴν βαρύτατος καὶ χαμηλότατος τόνος, κατὰ τὴν στάσιν τῆς χορδῆς ὠνομάσθη ὑψηλός, ἐν ᾧ οὗτος κατὰ φωνὴν ἦτο χαμηλός, ἐπομένως δὲ ἐν τοιαύτῃ θέσει εὐρισκόμενος καταβαίνων τοπικῶς ἀνέβαινε φωνητικῶς, ἀναβαίνων δὲ τοπικῶς κατέβαινε φωνητικῶς, ὡς καὶ τὸ ὄνομα «**Ὑπάτη βαρεῖα**» δηλοῖ. Ὑπάτη μὲν ὑψηλός κατὰ θέσιν, βαρεῖα δὲ χαμηλός κατὰ φωνήν.

Ὁ Εὐκλείδης λοιπὸν παραλληλίζων τὴν τῶν ἐξ ἐπογδῶν

24

κε	A			
	12			
♂	—			
	12			
γα	—	6		κε
βου	12	7½		♂
	—	4½		γα
πα	12	9		βου
	—	9		πα
νη	12	9		νη
ζω	—	6		ζω
	12	12		
κε				κε

Δ600

 $\Gamma_{\pi\alpha}$

νη	12	—	νη
ζω	—	6	ζω

Β Διπλάσιον

κε
ο
γα

σου Δ
πα Γ

Ὁ Εὐκλείδης συνιστᾷ τὸ
Διπλάσιον τοῦτο ὡς ἐπι-
στημονικώτερον, καθότι ἔχει
καὶ ἡμιτόνια καὶ εὐληχον
ἁρμονίαν.

$$\begin{array}{r} 72 \\ 18 \\ \hline 54 \end{array} \quad \begin{array}{r} 54 \\ 18 \\ \hline 72 \end{array}$$

Ὀλίγα τινὰ περὶ τοῦ πῶς συμβαίνει ἡ πίεσις καὶ ἡ ἀραιώσις τῶν τονικῶν διαστημάτων.

Διὰ τῆς ἀφαιρέσεως ἐνὸς τετάρτου ($\frac{1}{4}$) ἐκ τοῦ 72 ἦτοι 18, ἡ τῶν ἐξ ἐπογδῶν κλίμαξ μὲ 72 γίνεται **Διαπασῶν Διπλάσιον** μὲ 54, ἐπειδὴ σμικρύνεται ἡ πιέζεται κατὰ δέκα ὀκτώ. Ὁμοίως καὶ τὸ Διαπασῶν τοῦ Διπλασίου 54 γίνεται διὰ τῆς προσθέσεως $\frac{1}{4}$ κλίμαξ ἀπίεστος 72, οὕτω :

$$\begin{array}{r} 72 \\ 18 \\ \hline 54 \end{array} \begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \diagdown \quad \diagup \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 54 \\ 18 \\ \hline 72 \end{array}$$

Ὡστε αἱ δύο αὗται κλίμακες ἔχουσι

μεταξύ των μεγάλην ἀναλογικὴν σχέσιν τῇ ἀφαιρέσει ἢ προσθέσει $\frac{1}{4}$. Αὐτὸ τοῦτο συμβαίνει καὶ εἰς τοὺς τόνους τῶν ἀνωτέρω διαπασωνικῶν κλιμάκων, δεικνύομεν δὲ ἐνταῦθα τὰ 18 τμήματα ποῦ καὶ πῶς ἐπιέσθησαν, εἰς ποίους τόνους καὶ ἀνὰ πόσα τμήματα συνεχωνεύθησαν κατὰ μῆκος.

Πρῶτον εἰς τὸ νη-πα καὶ πα-βου ἀνὰ 3, τὸ ὅλον = 6

Ἀκολουθῶς εἰς τὸ ἡμίτονον βου-γα ἐν καὶ ἥμισυ = 1 $\frac{1}{2}$,

Ἐπειτα εἰς τὸ γα-δι τέσσαρα καὶ ἥμισυ = 4 $\frac{1}{2}$,

Καὶ τέλος εἰς τὸ δι-κε ἄλλα ἐξ = 6

Τὸ ὅλον τμήματα δέκα ὀκτώ = 18

Πᾶς τις ἤδη μεθ' ἡμῶν θὰ ὁμολογήσῃ καὶ παραδεχθῇ τὸ κακόηχον καὶ ἀνούσιον τῆς ἀνωτέρω τῶν ἐπογδῶν κλίμακος τῆς μὴ ἐχούσης ἡμιτόνια, διότι ἐν τῇ κατὰ φωνὴν ἀναβάσει οἱ τόνοι φυσικῶς δέον νὰ ἐλαττωῦνται καὶ ἐν καταβάσει δέον νὰ ἀραιώνωνται, ὥς τοῦτο παρατηροῦμεν εἰς ὅλα τὰ ἔγχορδα ὄργανα, καθὼς καὶ ἐν ταῖς κατωτέρω δύο κλιμαξί, ταῖς ἐχούσαις ἐπὶ τῆς κορυφῆς των τὰ γράμματα **B** καὶ **F**. Ἡ διαίρεσις τοῦ Διπλασίου ἀπ' ἀρχῆς τοιαύτην πορείαν ἔχουσα εἶνε ἐπι-

στημονικώτερα. Πλήν τούτου ὁμοῦς ὁ Εὐκλείδης κατιδὼν ὡς πρὸ μικροῦ ἐλέγομεν, πρῶτον τὸ ἀνούσιον τῆς τῶν ἑξ ἐπογδῶν κλίμακος, μετεσχημάτισε καὶ τὴν κλίμακα ταύτην καὶ τὴν κατέστησεν εὐήχον καὶ ἐπιστημονικὴν, δι' ἐπιστημονικῆς κατατομῆς καὶ διαιρέσεως καταπιέσας καὶ τὰ ἡμιτόνια αὐτῆς καὶ τοὺς τόνους καθ' $\frac{1}{4}$, ὡς φαίνεται κατωτέρω ἐν τῇ δεξιᾷ με

Γάμμα ἐπὶ κορυφῆς κλίμακι, ἥτις ἀπὸ ἀπλῆς τοιαύτης τῶν ἑξ ἐπογδῶν, ἐγένετο ἤδη ἐπιστημονικὴ Διαπασῶν καθ' ἡμιόλιον πάλιν με 72 τμήματα καὶ πεπιεσμένη κατὰ μῆκος με ἡμιτόνια, καθ' ὃν τρόπον καὶ τὸ Διπλάσιον Διαπασῶν.

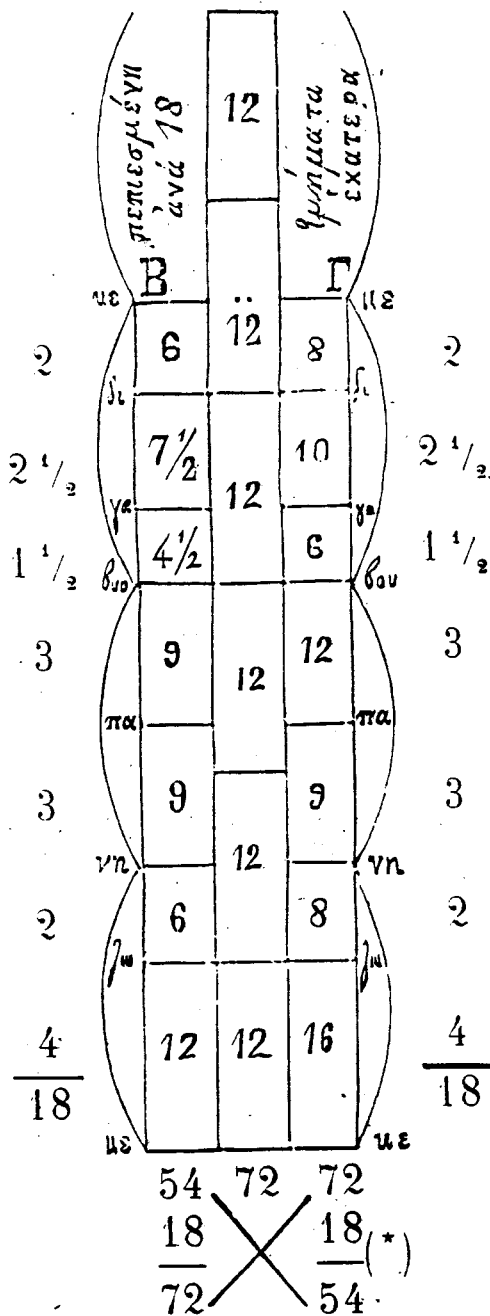
Παραθέτομεν κατωτέρω τρεῖς διαφοροὺς κλίμακας πρωτοφανεῖς δι' ἡμᾶς (*). Ἡ μεσαία με **Ἄλφα** ἐπὶ κορυφῆς, εἶνε ἡ κατὰ μῆκος ἀπίεστος κλίμαξ τῶν ἑξ ἐπογδῶν διαστημάτων, ἥτις μετεβλήθη ὑπὸ τῶν ἀρχαίων δι' ἐπιστημονικῆς κατατομῆς, καὶ ἐγένετο ἰσομήκης τῇ τρίτῃ με **Γάμμα** ἐπὶ κορυφῆς κλίμακι, ἥτις ἔχει μὲν πάλιν 72 τμήματα, εἶνε ὁμοῦς πεπιεσμένη, ὡς εἵπομεν (**). Ἡ δὲ με **Βῆτα** ἐπὶ κορυφῆς κλίμαξ εἶνε ἡ ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου συσταθεῖσα διαπασῶν τοῦ Διπλασίου.

(*) Καὶ αἱ τρεῖς κλίμακες ἐν μιᾷ ἐπιστημονικῇ ἀντιφωνίᾳ, οὐχὶ δὲ ἐν τρισὶν ὡς 68, 64 καὶ 60 ἄνευ κανόνος τινός.

(**) Τί ἐστὶ πεπιεσμένη καὶ ἀπίεστος κατωτέρω ἐξηγεῖται.

A

Οἱ ἐκατέρωθεν τῶν κλιμάκων Β καὶ Γ γεγραμμ. μικροὶ ἀριθ. 4, 2, 3, 3, $1\frac{1}{2}$, 2 $\frac{1}{2}$ καὶ 2 ἐάν προστεθῶσιν ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν τῆς κλίμ. Β, τότε δίδουσιν ὡς ἄθροισμα τοὺς ἀριθμοὺς τῆς κλίμ. Γ. Ἐάν δὲ ἀπὸ τοῦ τῆς Γ ἀφαιρεθῶσι, δίδουσιν ὡς ὑπόλοιπον τοὺς τῆς Β. Ὅλοι οἱ τονικοὶ ἀριθμοὶ τῶν δύο τούτων Διχασῶν ἔχουσι μεταξὺ τῶν μεγάλῃν καὶ στενῇν ἀναλογικὴν σχέσιν μετὸν ἀριθμὸν $\frac{1}{4}$, ὥστε μετὰ τοῦτον τὸ 72 ἀναλογικῶς εἶνε 54 φωνητικῶς, καὶ τὸ 54 εἶνε 72.



Ἡ πίεσις καὶ ἡ μεταβολὴ τῆς τῶν ἐξ ἐπογδῶν κλίμακος ὡς καὶ ὅλων τῶν τόνων αὐτῆς γίνεται κατὰ τὸ $\frac{1}{4}$. Οἱ κατωτέρω μικροὶ ἀριθμοὶ εἶνε τέταρτα ἐνὸς ἐκάστου τονικοῦ ἀριθμοῦ λ. χ. $\frac{1}{4}$ τοῦ 16 εἶνε 4, ἀφαιρεθέντος τούτου καὶ προστεθέντ. ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ κεζω 12, τότε τὸ 16 μένει 12 καὶ τὸ 12 γίνεται 16. Ὁμοίως καὶ τοῦ 2, ἐκ τοῦ 8 ἀφαιρεθέντος καὶ προστεθέντ. ἐπὶ τοῦ 6, τότε τὸ 8 μένει 6, καὶ τὸ 6 γίνεται 8 καὶ οὕτω καθ' ἐξῆς.

Οἱ τῆς καθ' ἡμιόλιον τῆς τρίτης κλίμακος (**) τῆς ἐχούσης Γ ἐπὶ τῆς κορυφῆς τόνοι 16, 12, 10, καὶ 8 ὁ ὑψηλότερος, εἶνε ὅλοι μείζονες κατὰ φωνὴν καὶ οἶαν δύνανται ἔχει τὸ 16 τὴν

(*) Πρὸς τοὺς ἀποροῦντας διὰ τὸ ἰσόμεκες τοῦ 72 μετὰ τὸ 54, λέγομεν ὅτι εἰς τὸ μῆκος τῶν ἀραιῶς γεγραμμένων τμημάτων 54, ἐγράφησαν τμήματα πλέον πυκνῶς 72. Τότε ἀμφότερα ἔχοντα τὸ αὐτὸ μῆκος λογίζονται ἐν καὶ τὸ αὐτό.

(**) Ἰδε κατωτέρω τί σημαίνει Ἡμιόλιον.

αὐτὴν ταύτην ἔχει καὶ τὸ τελευταῖον 8· ὥστε μείζων τόνος τὸ 16, ὁ πρῶτος τόνος, μείζων καὶ τὸ 8 ὁ τελευταῖος, διότι τὸ μῆκος αὐτῶν ἐν ἀναβάσει βαθμηδὸν ἐλαττοῦται γραφικῶς ἀναλόγως τῆς ἐλαττώσεως τοῦ μήκους τῆς χορδῆς, φωνητικῶς ὅμως δὲν ἐλαττοῦται ποσῶς, διότι τὰ μήκη τῶν τόνων γραπτὰ ὄντα εἶνε καὶ ὁρατά, τῆς φωνῆς ὅμως μὴ οὔσης γραπτῆς, δὲν φαίνεται τὸ μῆκος καὶ ἡ διαφορά. Ἰδοὺ ἡ ἐξήγησις.

Ἐπὶ τῶν ἐγχόρδων ὀργάνων βλέπομεν καθ' ἑκάστην ὅτι οἱ τόνοι τῆς πρώτης βαρείας Διαπασῶν, εἶνε εὐρύτεροι καὶ μεγαλύτεροι, οἱ δὲ τόνοι τῆς δευτέρας καὶ ὀξείας Διαπασῶν εἶνε εἰς τὸ μῆκος στενότεροι καὶ μικρότεροι, οἱ ἡμίσεις τῶν πρώτων τόνων. Τοῦτο διότι τὰ μήκη τῶν τόνων ἐπὶ τῶν ὀργάνων εἶνε ὁρατά, τὰ τῆς φωνῆς ὅμως δὲν φαίνονται. Ἡ διαφορὰ ἐγκτεται μόνον εἰς τὸ ὕψος, διότι καθ' ὅσον ὑψοῦται ἡ φωνή, τόσον συσφίγγονται τὰ διαστήματα, ἐπειδὴ ἐλαττοῦται τὸ μῆκος τῆς χορδῆς. Εἶνε δὲ ἐπόμενον ὅτι ὅσον ἐλαττοῦται τὸ μῆκος τῆς χορδῆς τοσοῦτον οἱ παλμοὶ αὐτῆς εἶνε περισσότεροι.

§ 2. Περὶ κλίμακος πεπιεσμένης καὶ περὶ ἀπιέστου τοιαύτης.

Ἀπίεστος κλίμαξ εἶνε ἡ τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων ἦτοι μειζόνων τόνων, με **Ἀ**λφα ἐπὶ κορυφῆς, ἥτις ἀντιφωνεῖ μὲν ἐπὶ τῶν 72 γραμμῶν ἢ τμημάτων τοῦ 108 τῆς ὅλης χορδῆς, ἀλλὰ στερουμένη αὕτη ἡμιτονίων δὲν ἔχει, ὡς εἶπομεν, εὔηχον ὀκτατονικὴν ἀρμονίαν εἰς ὅλους τοὺς τόνους τῆς. Ὡς ἐκ τούτου εἶνε ὡς ἀπλῇ ἀνεμόσκαλα κακόηχος, παράφωνος εἰς τινας τόνους τῆς, ὡς παρατηρήσατε αὐτὴν ἐν τῷ προλαβόντι διαγράμματι διηρημένην εἰς ἐννέα ἴσα μέρη ἀνά 12 ἦτοι $9 \times 12 = 108$ ἢ εἰς $6 \times 12 = 72$.

Ἡ δὲ **πεπιεσμένη** κλίμαξ εἶνε ἡ τοῦ Διπλασίου, με **Β**ῆτα ἐπὶ κορυφῆς, ἥτις ἔχουσα τόνους καὶ ἡμιτόνια εἶνε ἐπιστημο-

νική μὲ εὐηχον Διαπασωνικήν ἡδύτητα. Ἴνα αἱ λέξεις αὗται «πεπιεσμένη καὶ ἀπίεστος» γίνωσι παρὰ πάντων καταληπταὶ ἀναγκαζόμεθα νὰ φέρωμεν τὰ ἐξῆς δύο λίαν ἀποδεικτικὰ τοῦ πράγματος παραδείγματα.

ὑποθετέον ὅτι ἔχομεν δύο σάκκους πλήρεις βάμβακος ἀνὰ 72 ὀκάδας ἕκαστον καὶ εἰς ὕψος πάλιν ἀνὰ 72 δακτύλων τεκτονικῶν καὶ τοὺς δύο. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἑνὸς σάκκου ἐπιθέσωμεν βάρος 18 ὀκάδων (ὅπερ εἶνε $\frac{1}{4}$ τοῦ 72), τότε τὸ ὕψος τοῦ σάκκου τούτου ἐννοεῖται ὅτι θὰ πιεσθῇ καὶ θὰ γίνῃ ἴσον μὲ τὸ 54 (τοῦ Διπλασίου), τὸ βάρος ὅμως δὲν θὰ ἐλαττωθῇ ποσῶς καὶ οἱ δύο σάκκοι πάλιν θὰ ἔχωσιν ἀνὰ 72 ὀκάδας. Οὕτω καὶ διὰ τῆς ἀναλόγου ἐλαττώσεως τῶν τόνων ἡ κλίμαξ κατὰ μῆκος μὲν μειοῦται γραφικῶς, κατὰ φωνήν δὲ οὐχί, ὡς καὶ τῶν δύο σάκκων καθ' ὕψος μὲν ἡλαττώθη τὸ μῆκος αὐτῶν, κατὰ τὸ βάρος ὅμως οὐχί, ἐπειδὴ καὶ οἱ δύο σάκκοι πάλιν εἶχον ἀνὰ 72 ὀκάδας.

Ἔτερον παράδειγμα :

ὑποθετέον ὅτι ἔχομεν δύο πήχεις ἢ δύο σιδηρὰ μέτρα εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ μῆκος ἕκαστον. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν ἔχει ἀναλόγους μικρὰς γραμμάς 72 πυκνάς, τὸ δὲ ἕτερον 54 ἀραιάς, ἀμφοτέρων τῶν μέτρων τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς μῆκος ἔχοντων, λογίζονται ταῦτα ὡς ἓν καὶ τὸ αὐτό, ὥστε οὐδεμία διαφορὰ κατὰ μῆκος ὑπάρχει μεταξὺ τοῦ ἑνὸς καὶ τοῦ ἄλλου μέτρου· ἐνταῦθα ἀριθμητικῶς μὲν φαίνεται ἔλαττον τὸ ἔχον 54, κατὰ μῆκος δὲ οὐχί, διότι ἔχουσιν ἀμφοτέρωθεν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ μῆκος. Οὕτω πως καὶ εἰς τὰς πεπιεσμένας κλίμακας **B** καὶ **Γ** γραφικῶς μὲν φαίνεται τὸ μῆκος ἔλαττον, φωνητικῶς δὲ οὐχί.

Ἐπεξηγήσεις τῆς λέξεως «**Ἡμιόλιον**».

Ὅταν διαιρῶμεν κατὰ Πυθαγόραν τὴν ὅλην χορδὴν τὴν ἔχουσαν 108 τμήματα εἰς τρία ἴσα μέρη ἀνὰ 36, τὰ δύο τρίτα $\frac{2}{3}$ τῆς χορδῆς ἦτοι τὸ 72 καλεῖται ὅλον, τὸ δὲ ὑπόλοι-

πον τῆς χορδῆς, τὸ ἔχον εἰς τὸ τέλος 36 τμήματα, ὅπερ εἶνε τὸ ἥμισυ τοῦ προηγουμένου ὅλου 72, ὀνομάζεται ὁμοῦ, ὅλον καὶ ἥμισυ, ἐξ οὗ τὸ ὄνομα **Ἡμιόλιον**. Ὡς ἐκ τούτου ἡ κλίμαξ ἡ τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων τοιαύτης πορείας πορείας ἀποκύημα οὔσα καὶ ἔχουσα ἀξίαν δύο τρίτα $\left(\frac{2}{3}\right)$ τῆς χορδῆς, ὅηλα δὴ 72, ὀνομάζεται κλίμαξ καθ' ἡμιόλιον, οὐχὶ δὲ Διπλάσιον, διότι τὸ 72 δὲν διπλασιάζεται ἐπὶ τῆς χορδῆς τῆς ἐχούσης τμήματα 108.

§ 3. Περὶ τῆς καθ' 68 ὑφισταμένης κλίμακος τῶν Διδασκάλων.

Ὅπως ἀπεδείχθη ἀνωτέρω τὸ λάθος καὶ τὸ κακὸν τῶν ἐξ ἐπογδῶν διαστημάτων τῶν ἀνευ ἡμιτονίων, οὕτως ἀποδεικνύεται κατωτέρω καὶ τὸ λάθος τῆς κλίμακος τῶν ἀειμνήστων Διδασκάλων. Παραθέτομεν κατωτέρω τρεῖς κλίμακας ὅπως καταφανέστερον καὶ ἀπτότερον καταστή τὸ πρᾶγμα.

Ἡ μεσαία αὐτῶν, μὲ **A** ἐπὶ κορυφῆς, εἶνε ἡ τῶν ἀοιδίμων Διδασκάλων, ἣτις ὑπερπηδᾷ τὰς χαμηλοτέρας δύο ἄλλας κλίμακας, ὅπως ὑπερεπήδα καὶ ἡ τῶν ἐξ ἐπογδῶν ἀπίεστος κλίμαξ τὴν τοῦ Διπλασίου Διαπασῶν εἰς τὸ προηγούμενον διάγραμμα. Ἴδου καὶ ὁ λόγος δι' ὃν αὕτη ὑπερπηδᾷ τὰς παρακειμένας αὐτῇ.

Ἡ Μουσικὴ ἡμῶν κλίμαξ δὲν σημαίνει ἄλλο, εἰ μὴ τὴν χειρίδα (ἢ τὸν πῆχυν), ὡς εἶπομεν, τῶν ἐγχόρδων ὀργάνων, τῆς Κιθάρας ἢ τοῦ Ταμπουρίου, ὧν αἱ τονικαὶ διαιρέσεις ἐν τῇ κατὰ φωνὴν ἀναβάσει συσφίγγονται βαθμηδὸν καὶ σμικρύνονται. Ὅμοίως καὶ τῆς καθ' ἡμᾶς Μουσικῆς κλίμακος αἱ διαιρέσεις καὶ ἀριθμοὶ ἔδει νὰ ἐλαττῶνται καὶ νὰ σμικρύνωνται ἀναλόγως τῆς ἐλαττώσεως τοῦ μήκους τῆς χορδῆς.

Οἱ ἀρχαῖοι ἐνίοτε εἶχον καὶ ἀπίεστον κλίμακα (*), ὡς τοῦτο βλέπομεν εἰς τὰς ἐξ χροᾶς τοῦ Ἀριστοξένου. ("Ἴδε Ἀριστόξ. ἐν τῷ Μεῦθῳμ. σελ. 1).

Κε εἰβ ζω, ς νη, εἰβ πα, εἰβ θου, ς γα, εἰβ δι, εἰβ κε.

Συγχρόνως ὁμοῦς εἶχον καὶ τοῦ Πυθαγόρου τὸ πεπιεσμένον Διαπασῶν, ὡς τοῦτο βλέπομεν εἰς τὸ μονόχορδον τοῦ Πυθαγόρου ὡς :

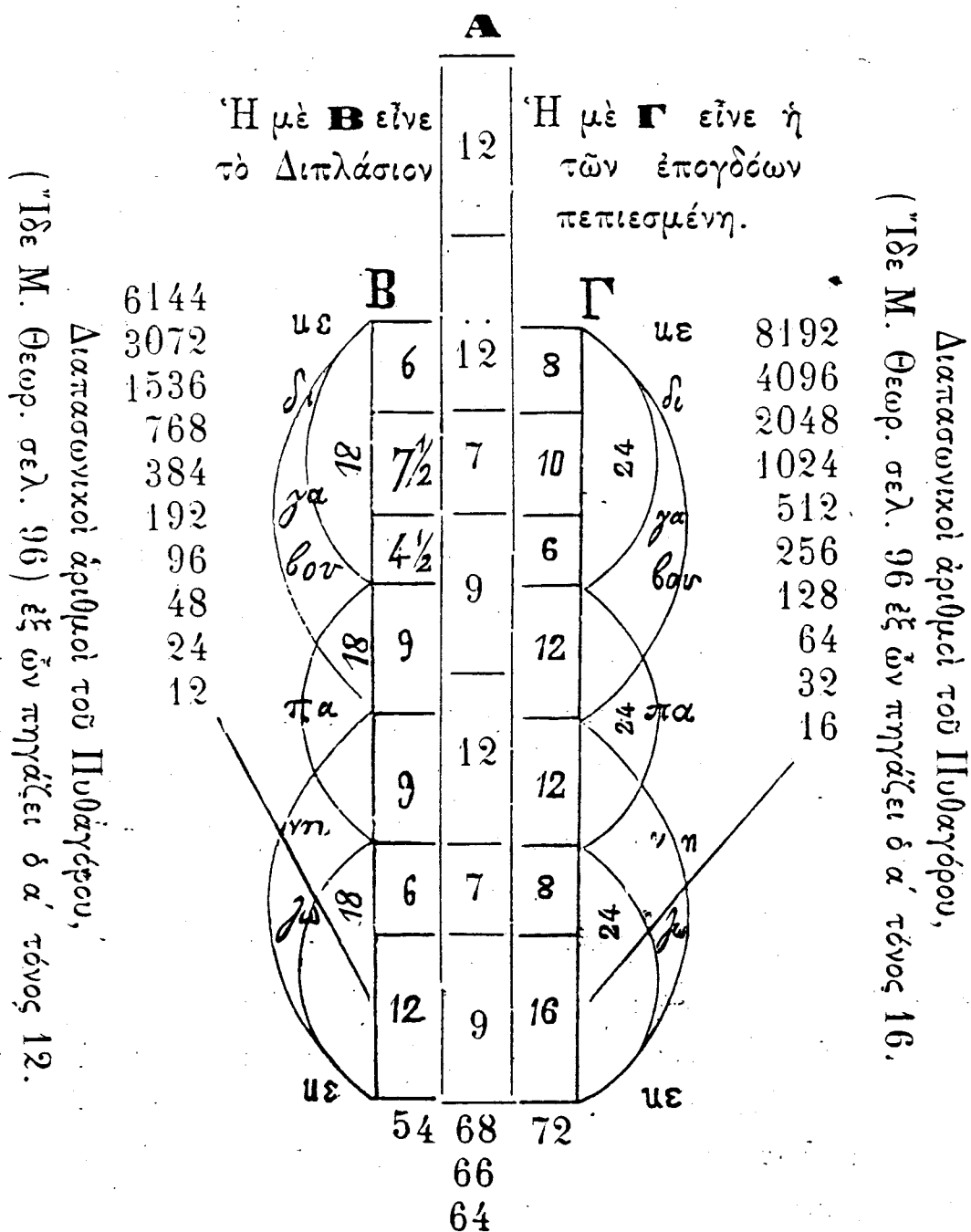
Κε 9216, Ζω 8192, Νη 7776, Πα 6912,	
Βου 6144, Γα 5832, Δι 5184, Κε	4608
"Ὡστε ἕως τὸν ὑψηλὸν Κε ἐπιέσθησαν ἀριθμοὶ	4608
	<hr/> 9216

ὡς περὶ τούτων μαρτυρεῖ καὶ ὁ ἀοίδιμος Χρῦσανθος, ("Ἴδε Μ. Θεωρ. σελ. 95 καὶ 96): Τούναντίον βλέπομεν ἐν τῇ Ἐκκλησιασ. κλίμακι τῶν Διδασκάλων ὅτι δὲν σμικρύνονται τὰ τονικά διαστήματα, διότι ὅσαι ἀριθμοὶ εὐρίσκονται εἰς τὸ πρῶτον τετράχορδον, καὶ εἰς τὸ δεύτερον καὶ εἰς τὸ τρίτον καὶ τέταρτον πάλιν οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ εὐρίσκονται. Μὴ ἐλαττουμένων δὲ οὔτε τῶν τονικῶν ἀριθμῶν, οὔτε τῶν διαστημάτων, ὑπερπηδᾷ ὡς ἐκ τούτου αὕτη καὶ ὑπερβαίνει τὰς ἄλλας δύο κλίμακας τὰς ἐχούσας πεπιεσμένας διαιρέσεις κατὰ μῆκος καὶ ἔνεκα πάλιν τούτου αὗται φαίνονται ἐλάσσονες τῆς μεσαίας τῶν Διδασκάλων κλίμακος καθ' ὕψος.

Ἴδου καὶ τὸ διάγραμμα τῶν τριῶν κλιμάκων.

Ἡ μὲ **Ἀ**λφα ἐπὶ κορυφῆς εἶνε τῶν ἀειμνήστων Διδασκάλων μὲ 68 τμήματα.

(*) Ἴσως πρὸς εὐχερῇ κατανόησιν τῶν τότε τὴν Μουσικὴν σπουδαζόντων,



Οἱ Διδάσκαλοι ἔχουσι τριῶν εἰδῶν Διαπασωνικάς ἀντιφωνίας 68, 64, ἐν ᾧ ἡ φύσις ἔχει μίαν ἀντιφωνίαν. Καὶ ναὶ μὲν καὶ οἱ ἀρχαῖοι ἔχουσι ποιήσει διαφόρους τοιαύτας, ἀλλ' ἐπιστημονικάς, ἐν ᾧ οἱ Διδάσκαλοι ἔχουσιν αὐτάς ἀνεὺ κανόνος.

Ὁ πρῶτος τόνος τῆς δεξιᾶς κλίμακος, τῆς ἐχούσης τμήματα 72, εἶνε μείζων, ὡς τὸ 12 τοῦ Διπλασίου, ἐπειδὴ δ, τι εἶνε τὸ 12, τὸ αὐτὸ εἶνε καὶ τὸ 16 τῇ πιέσει ἐνὸς τετάρτου,

οὕτω $\frac{1}{4}$ τοῦ 16 εἶνε τὸ 4, τῇ ἀφαιρέσει τούτου ἐκ τοῦ 16, τὸ μὲν 16 γίνεται 12, καὶ τὸ 12 τῇ προσθέσει πάλιν τοῦ 4 γίνεται 16 ὥς

$$\begin{array}{r} 16 \quad 12 \\ 4 \quad 4 \\ \hline 12 \quad 16 \end{array}$$

Ὅμοίως καὶ τὸ 9 ὥς τὸ 12 εἶνε μείζων τόνος μὲ προσθα-

φαίρεσιν $\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r} 12 \quad 9 \\ 3 \quad 3 \\ \hline 9 \quad 12 \end{array}$$

Ὅμοίως καὶ τὸ $7\frac{1}{2}$ ὥς τὸ 12, εἶνε μείζων τόνος μὲ τὴν προσθαφαίρεσιν $\frac{1}{4}$ ἐκ τοῦ 10

$$\begin{array}{r} 10 \quad 7\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{2} \\ \hline 7\frac{1}{2} \quad 10 \end{array}$$

ἐξῆς ὅλοι οἱ τόνοι πιέζονται καθ' ἓν τέταρτον ($\frac{1}{4}$) εἴτε μείζονες εἶνε οὗτοι εἴτε ἡμιτόνια. Τὸ μὲν 16 εἶνε μείζων τόνος τοῦ 72, τὸ δὲ 12 τοῦ 54. Ἐν ἄλλοις λόγοις οἷαν δύναμιν ἔχει τὸ Διπλάσιον μὲ **B** ἐπὶ κορυφῆς, τὴν αὐτὴν δύναμιν καὶ οὐσίαν ἔχει καὶ ἡ τρίτη κλίμαξ μὲ **F** ἐπιστημονικῶς.

§ 4. Ἀριθμητικαὶ ἀποδείξεις τῶν 7 χαρακτήρων.

Τὴν μεγάλην δξύνοιαν τοῦ Εὐκλείδου παρατηροῦμεν προσέτι καὶ εἰς τὰς ἀριθμητικὰς ἀποδείξεις τῶν 7 χαρακτήρων τοῦ καθ' ἡμᾶς ἀλφαβήτου οἷον α, β, γ, δ, ε, ζ, η (*), ὅστις ἀποδίδει

(*) Εἰκάζεται ὅτι ἐντεῦθεν ἔλαβον οἱ Διδάσκαλοι τὸ πα, δου, γα, δε, κε, ζω, νη, ὡς δείκνυται ἄνωτέρω.

κατωτέρω εἰς ἕκαστον χαρακτῆρα ἀνά ἓν ἀριθμητικὸν ἐπό-
γδοον περίσσευμα ὡς ἐξῆς :

πA	$B\alpha$	$\Gamma\alpha$	$\Delta\epsilon$
262144	294912	331776	373248
$\frac{1}{8} (*)$ 32768	$\frac{1}{8}$ 36864	$\frac{1}{8}$ 41472	$\frac{1}{8}$ 46656
<u>294912</u>	<u>331776</u>	<u>373248</u>	<u>419904</u>
κE	$Z\omega$	νH	
419904	472392	531441	
$\frac{1}{8}$ 52488	$\frac{1}{8}$ 59049		
<u>472392</u>	<u>531441</u>		

Καὶ ἐξακολουθεῖ ὁ Εὐκλείδης λέγων.

«Ἐστω γὰρ ὁ εἰς ἀριθμὸς ὁ \overline{A} . Καὶ τοῦ μὲν A ἐπόγδοος ἔστω ὁ \overline{B} , τοῦ δὲ B ἐπόγδοος ὁ $\overline{\Gamma}$, τοῦ δὲ Γ ἐπόγδοος ὁ $\overline{\Delta}$, τοῦ δὲ Δ ἐπόγδοος ὁ \overline{E} , τοῦ δὲ E ἐπόγδοος ὁ \overline{Z} , τοῦ δὲ Z ὁ \overline{H} . Λέγω δὲ ὅτι ὁ H τοῦ A μείζων ἐστὶν ἢ Διπλάσιον».

Βλέπομεν ὅτι ὁ ἀριθμὸς τοῦ H ὡς λέγει ὁ Εὐκλείδης πράγ-
ματι εἶνε μείζων ἢ διπλάσιος τοῦ A , διότι τοῦ μὲν H ὁ ἀριθ-
μὸς εἶνε οὗτος 531441
τοῦ δὲ A τὸ Διπλάσιον 262144×2 εἶνε ἀριθμὸς 524288

ὅστις ἀφαιρούμενος ἐκ τοῦ ἀριθ. τοῦ H δίδει τὸ
περίσσευμα 7153
ὅπερ ἐκπηγάζει ἐκ τῶν ἐξ ἐπογδῶν ἀριθμῶν, ὡς
φαίνεται κατωτέρω.

(*) Τὸ κλάσμα τοῦτο $\frac{1}{8}$ σημαίνει ἓν ὄγδοον τοῦ 262144, τοῦ ὁποίου ἓν ὄγδοον εἶνε $32768 \times 8 = 262144$, καὶ οὕτω καθ' ἐξῆς καὶ διὰ τοὺς λοιποὺς ἀριθμούς.

Τοῦ μὲν A , 262144	262144
ἐν ἐπογδόον περίσσευμα εἶνε ὁ ἀριθμὸς οὗτος . . .	32768...1
Προστιθεμένου τούτου ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ A παρού-	
σιάζεται ὁ ἀριθμὸς τοῦ B	294912
Καὶ τοῦ ἐπογδίου αὐτοῦ προστιθεμένου εἰς . . .	36864...2
αὐτὸν παρουσιάζεται ὁ ἀριθμὸς τοῦ Γ	331776
Ὅμοίως καὶ τοῦ ἐπογδίου τούτου προστιθεμένου	41472...8
εἰς αὐτὸν παρουσιάζεται ὁ ἀριθμὸς τοῦ Δ . . .	373248
Ὡσαύτως προστιθεμένου εἰς αὐτὸν τοῦ ἐπογδίου	46656...4
τοῦ παρουσιάζεται ὁ τοῦ E	419904
Ἐπίσης προστιθεμένου εἰς αὐτὸν τοῦ ἐπογδίου του	52488...5
παρουσιάζεται ὁ τοῦ Z	472392
Προστιθεμένου δὲ τέλος εἰς αὐτὸν καὶ τοῦ ἐπογ-	59049...6
δίου αὐτοῦ παρουσιάζεται ὁ τοῦ H	531441
ἐξ οὗ, ὡς εἶπομεν, ἀφαιρουμένου τοῦ διπλασίου A	524288
ὑπολείπεται περίσσευμα 7153 τμήματα	7153

Ὅπως λοιπὸν εἰς τὰς προηγουμένας τῶν ἐξ ἐπογδίων κλίμακας, διὰ τῆς πιέσεως καὶ συμπυκνώσεως ὅλων τῶν τόνων συνεχωνεύθησαν 18 τμήματα, οὕτω καὶ ἐνταῦθα τὸ περίσσευμα 7153 ἀπόλλυται μεταξὺ τῶν κατωτέρω 18 ἐρυθρογεγραμμένων περιττῶν ἀριθμῶν, οἱ δὲ ἄλλοι ἀριθμοὶ ὅλοι εἶνε ἄρτιοι καὶ μέλανες.

Ἐξ ὅλων τούτων ἐξάγεται ὅτι τὸ ἀληθὲς καὶ ἐπιστημονικὸν Διαπασῶν εἶνε τὸ Διπλάσιον 54, καὶ ὅτι τὸ 72 ἔχει μεγάλην ἀναλογικὴν σχέσιν μετὰ τὸ Διπλάσιον 54, μετὰ προσθαφαίρεσιν $\frac{1}{4}$ τοῦ 72, ὅπερ εἶνε 18· δι' αὐτοῦ δὲ τοῦ $\frac{1}{4}$ τὸ 54 γίνεται 72, καὶ τὸ 72 γίνεται 54, οὐχὶ δὲ 68 κατὰ τοὺς Διδασκάλους. Ὅπως δὲ ἐν τῇ Διαπασῶν τοῦ Διπλασίου ἐχάθη τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ 72 ἤτοι τὸ 18 ἀφαιρεθέν, οὕτω καὶ εἰς τοὺς ἀνωτέρω πολυπληθεῖς ἀριθμοὺς οἱ δι' ἐρυθρᾶς μελάνης πρὸς διάκρισιν γραφέντες περιττοὶ ἀριθμοί, 18 τὸ ὅλον ὄντες, ἐχάθησαν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

§ 5. Περὶ τῆς διατονικῆς διαιρέσεως καὶ κατατομῆς τῶν τονικῶν διαστημάτων τοῦ Πυθαγορείου μονοχόρου κατ' Εὐκλείδην.

«Ἐστω τοῦ Κανόνος (τῆς χορδῆς) μῆκος τὸ $A-B$, καὶ διηρῆσθω εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη, τὰ Γ Δ E . Ἐσται ἄρα ὁ $A-B$ βαρύτατος φθόγγος καὶ βόμβος (*). Οὗτος δὲ ὁ $A-B$

(*) Διαίρεσον τὴν χορδὴν (ἔστω τῆς κιθάρας) διὰ τοῦ διαβήτου εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη καὶ ἐν μὲν τῇ πρώτῃ τῇ ἐν τῇ χειρίδι ἄκρῃ τῆς χορδῆς, ὅλῃα δὲ ἐπὶ τοῦ πρώτου ζυγαῦ, ἐπ' οὗ κάθηται ἡ χορδὴ, θές A , ἐν δὲ τῇ τελευταίᾳ ἄκρῃ, τῇ ἐπὶ τοῦ σκάφους, θές B . Τὰ μεταξὺ τοῦ A καὶ τοῦ B διάστημα παριστά τὴν πρώτην χαμηλότεραν φωνὴν τῆς Διαπασωνικῆς κλίμακος, ὅλῃα δὲ τὰν τέσσαρα Ke . Ἀκριβῶς δ' ἐν τῷ μέσῳ τῆς ὅλης χορδῆς θές Δ . Ἡ ὅλη χορδὴ, ὡς εἶπαμεν, ($A-B$) ἤχεῖ τὸν χαμηλὸν Ke . Ἀπὸ δὲ τοῦ A ἤτοι ἀπὸ τοῦ μέσου τῆς χορδῆς ἤχεῖται ὁ ἀνω Ke τῆς πρώτης Διαπασῶν. Ἐπειδὴ δὲ τὸ μεταξὺ $A\Delta$ καὶ ΔB διάστημα ἔχει ἀκριβῶς τὸ αὐτὸ μῆκος καὶ ὁ φθόγγος καὶ ἡχος καὶ ἀριθμὸς πάλιν εἶνε ὁ αὐτός, ὅλῃα δὲ Ke χαμηλόν, Ke Διαπασῶν, Ke δις Διαπασῶν. Εἴτα διαίρεσον πάλιν διὰ τοῦ διαβή-

» τοῦ **Γ—Β** ἐπίτριτός ἐστι (καθ' ἡμᾶς τετράχορδον) ὥστε ὁ
 » **Γ—Β** τῷ **Α—Β** συμφωνήσει Διατεσσάρων ἐπὶ τὴν ὀξύτητα.
 » Καὶ ἔστιν ὁ **Α Β** προσλαμβανόμενος, ὁ ἄρα **Γ Β** ἔσται ὑπα-
 » τῶν διάτονος (*). Πάλιν ἐπεὶ ὁ **Α Β** τοῦ **Β Δ** ἐστὶ διπλάσιον

του τὴ **Δ Β** εἰς δύο ἴσα μέρη καὶ ἀκριβῶς ἐν τῷ μέσῳ θές **Ε**. Τότε τὸ μὲν
 πρῶτον ἡμῖσι τῆς ὅλης χορδῆς ἦτοι τὸ **Δ Ε** ἤχει τὸν ἄνω **Κε** τῆς Διαπασῶν,
 ὡς εἴπομεν, τὸ δὲ δευτέρον ἡμῖσι τῆς ἐκ δευτέρου διαιρεθείτης χορδῆς, δηλα
 δὴ τὸ **Ε Β**, ἤχει τὸν ἀνώτατον **Κε** τῆς δις Διαπασῶν. Καὶ οὕτω καθ' ἐξῆς
 διαίρετον τὴν ὅλην χορδὴν κατὰ τὸν ὅρισμὸν τοῦ ἄνωθι κανόνος.

(*) Τῆς ὅλης χορδῆς, ἦτοι τοῦ **Α Β**, ἡχούσης τὸν χαμηλὸν βόμβον **Κε** ($\frac{9}{\chi}$)
 ὁ Διάτονος τόνος, δηλαδὴ τὸ **Α Γ** ἤχει τὸν καθ' ἡμᾶς **Πα**, τὸν λεγόμενον δια-
 τεσσάρων **Κε**, **Ζω**, **Νη**, **Πα**. Διάτονος δ' ὠνομάσθη πιθανῶς, ἐκ τοῦ ὅτι εὐρί-
 σκεται πάντοτε μεταξύ δύο μειζόνων τόνων καὶ εἰς τὰ πέντε τετράχορδα τοῦ
 μονοχόρδου, μέχρι τῆς δις Διαπασῶν. Ἐπὶ τοῦ μονοχόρδου παρατηροῦμεν
 δύο εἰδῶν κλίμακας: τὴν τῶν διεξευγμένων καὶ τὴν τῶν συνημμένων. Ἡ
 κλίμαξ τῶν διεξευγμένων ἔχουσα βάσιν τὸν $\frac{\chi}{\eta}$ καὶ ἀρχομένη, ἀπὸ τοῦ Μιζο-
 λυδίου $\frac{\zeta}{\eta}$ πορεύεται μέχρι τοῦ **κε** τῆς ὀξείας Διαπασῶν, $\frac{\chi}{\eta}'$, κατὰ φυσικὸν
 γένος. Ἡ δὲ τῶν συνημμένων κλίμαξ ἔχουσα πάλιν βάσιν τὸν $\frac{\chi}{\eta}$ πορεύεται
 καὶ αὕτη τὴν πρώτην βαρεῖαν Διαπασῶν μὲ δύο ὅμοια τετράχορδα ἀπὸ τοῦ
Λ Π Γ Θ καὶ **Θ Ο Ρ Δ** (ἴδε τὰ μονόχορδα). Τὰ δύο ταῦτα τετράχορδα σχηματί-
 ζουσι καθ' ἡμᾶς τοιαύτην κλίμακα: $\frac{\zeta}{\eta} \quad \nu \quad \pi \quad \epsilon \quad | \quad \epsilon \quad \gamma \quad \delta \quad \frac{\chi}{\eta}$ ἦτοι **Ζω**
νη ἡμίτονον, **νη πα** τόνος, **πα θου** πάλιν τόνος, ἐν ἀμφοτέροις τοῖς τετραχόρ-
 δοις. Ἐνταῦθα εἰς τὸ μονόχορδον τῶν συνημμένων ὁ Πυθαγόρας προσέθηκεν
 ἐν ἡμιτόνιον μεταξύ τῆς Μέσης καὶ Παραμέσης, δηλαδὴ τῆς βαρείας καὶ
 ὀξείας Διαπασῶν, θέσας ἓνα ἀστερίσκον (ἴδε τὸ β'. μονόχορδον τῶν Συνημ-
 μένων), δι' οὗ συνάπτει καὶ δένει τὸ τρίτον τετράχορδον κατὰ τὸ αὐτὸ πάλιν
 σύστημα ἡμίτονον, τόνος, τόνος. Διὰ τοῦτο δὲ καλεῖται ἡ θέσις αὕτη «Τρίτη
 Συνημμένων». Εἶνε δ' ὄντως τὸ γ'. τετράχορδον τῶν Συνημμένων ἦτοι τὸ
Δ * Ε Ζ. Ἐντεῦθεν ὁ Πυθαγόρας ἐπέστρεφε καθ' ἓνα καὶ ἡμισυν τόνον ὀπίσω
 πρὸς τὴν Παραμέσιν **Κ** τῶν διεξευγμένων καὶ ἐσχημάτιζε τὸ τέταρτον τετρά-
 χορδον κατὰ τὸ αὐτὸ πάλιν σύστημα ἦτοι **Κ. Ε. Ζ. Η**. ἡμιτόνιον, τόνον καὶ
 τόνον, καὶ κατόπιν προέβαινεν εἰς τὸ πέμπτον τετράχορδον τὸ **Η. Ν. Μ. Ε** πάλιν
 μὲ τὸ αὐτὸ σύστημα. Ὡστε μεταξύ τῶν δύο Διαπασῶν, δηλαδὴ Μέσης καὶ
 Παραμέσης, θέσας, ὡς προείπομεν, διὰ τοῦ ἀστερίσκου ἄλλο τετράχορδον μὲ

» συμφωνήσῃ αὐτῇ Διαπασῶν, καὶ ἔσται ὁ **Β Δ** Μέση (*).
 » Πάλιν ἐπεὶ τετραπλάσιός ἐστιν ὁ **Α Β** τοῦ **Ε Β**, ἔσται τὸ **Ε Β**
 » « νήτη ὑπερβολείων ». Ἔτεμον τὸ **Γ Β** διχῶς κατὰ τὸ
 » **Ζ** καὶ ἔσται διπλάσιος ὁ **Γ Β** τοῦ **Ζ Β**, ὥστε συμφωνεῖν τὸ
 » **Γ Β** πρὸς τὸ **Ζ Β** διαπασῶν, ὥστε εἶναι τὸ **Ζ Β** « νήτη συν-
 » ημμένων » (**). Ἀπέλαβον τοῦ **Δ Β** τρίτον μέρος τοῦ
 » **Δ Η** καὶ ἔσται ἡμιόλιος ὁ **Δ Β** τοῦ **Η Β**, ὥστε συμφωνήσῃ
 » ὁ **Δ Β** πρὸς τὸ **Η Β** ἐν τῷ Διαπέντε (***). Ὁ ἄρα **Η Β**
 » « νήτη ἔσται Διεzeugμένων ». Ἐθῆκα τῷ **Η Β** ἴσον τὸ
 » **Η Θ**, ὥστε ὁ **Θ Β** πρὸς τὸ **Η Β** συμφωνήσῃ Διαπασῶν,
 » ὥστε εἶναι τὸ **Θ Β** « Ὑπάτην Μέσων ». Ἐλαβον τοῦ
 » **Θ Β** τρίτον μέρος τὸ **Θ Κ** καὶ ἔσται ἡμιόλιος ὁ **Θ Β** τοῦ
 » **Κ Β**, ὥστε εἶναι τὸ **Κ Β** « Παραμέσην ». Ἀπέλαβον τὸ
 » **Κ Β** ἴσον τῷ **Λ Κ** καὶ γενήσεται τὸ **Λ Κ** « Ὑπάτη βα-
 » ρεῖα » (****). Ἔσονται ἄρα εἰλημμένοι ἐν τῷ κανόνι πάντες οἱ

τὸ ἴδιον σύστημα, δηλαδὴ ἡμιτόνιον, τόνον καὶ τόνον, τὰ τέσσαρα τετρά-
 χορδα ἔκαμε πέντε, ὡς ἐκ τούτου ὠνομάσθη δεκαπεντήχορδον σύστημα. Ἐγραψε
 δὲ τοῦτο ὁ Πυθαγόρας πολλοὺς αἰῶνας μετὰ τὸν Ὀλυμπον καὶ τὸ ὠνόμασε
 συνημμένον, διότι διὰ τῶν πέντε τετραχόρδων συνῆψε καὶ τὰς δύο Διαπασῶν.
 Ἡ δὲ ἐρεῦρεσις τοῦ ἑναρμονίου γένους ὑπὸ τοῦ Ὀλύμπου ἦτο κατὰ Διεzeug-
 μένον, ὡς μαρτυρεῖ τοῦτο καὶ ὁ Πλούταρχος λέγων, « οὔτε τῶν τοῦ χρώματος
 ἀπτεσθαι οὔτε τῶν τοῦ Διατόνου, ἀλλ' ἡδὴ τῶν τῆς ἁρμονίας ».

(*) Πράγματι εἶνε Μέση καὶ ἡχητικῶς καὶ ἀριθμητικῶς καὶ γεωμετρικῶς,
 τῆς μουσικῆς ἀναπροσπάστου οὔσης τῇ Γεωμετρικῇ καὶ Ἀριθμητικῇ.

(**) Ἴδε τὸ μονόχορδον ἐνθα τὸ **Γ** εἶνε ὁ καθ' ἡμᾶς $\overset{\pi}{\underset{q}{q}}$ τῆς α'. καὶ βα-
 ρείας Διαπασῶν, τὸ δὲ **Ζ** εἶνε πάλιν ὁ $\overset{\pi}{\underset{q}{q}}$ τῆς β'. ὀξείας Διαπασῶν,

(***) Τὸ **Δ Β** εἶνε ὁ ἄνω $\overset{x'}{\underset{q}{q}}$ τῆς βαρείας Διαπασῶν, τὸ δὲ **Η Β** εἶνε ὁ $\overset{6'}{\chi}$
 τῆς ὀξείας Διαπασῶν, ὥστε συμφωνεῖ πρὸς τὸ Διαπέντε, ὡς κε, ζω, νη,
 πα, θου.

(****) Ὑπάτη βαρεῖα ὡς μαρτυρεῖ καὶ ὁ Νικόμαχος εἶνε ὁ βαρυτάτος ἐν
 τῇ κατὰ φωνὴν ἀναβάσει α' ρηόγγος ὁ **Κε Ζω**.

«φθόγγοι τοῦ ἀμεταβόλου συστήματος(*). Λοιπὸν τοὺς φερό-
»μένους(**) δεῖ λαβεῖν :

§ 6. Φερόμενοι φθόγγοι.

«Ἐτεμον τὸ **Ε Β** εἰς ὀκτὼ καὶ ἐνὶ αὐτῶν ἴσον, ἔθηκα τὸ
»**Ε Μ** (***) ὥστε τὸ **Μ Β** τοῦ **Ε Β** γενέσθαι ἐπόγδοον. Καὶ
»πάλιν διελὼν τὸ **Μ Β** εἰς ὀκτὼ, ἐνὶ αὐτῶν ἴσον ἔθηκα τὸ

(*) Φθόγγοι ἀμεταβόλου συστήματος καθ' ἡμᾶς ὀνομάζονται οἱ ἀκίνητοι
τόνοι τῆς Διαπασῶν, οἷοι π , Δ , χ , καὶ ὁ ὑψηλὸς π' . Φερόμενοι δὲ οἱ
 σ , Γ , ζ' , ν , οἵτινες κινούμενοι, λαμβάνουσι καὶ ἄλλας θέσεις ἢ δια-
στήματα, μάλιστα ἐν τῇ μεταβολῇ τοῦ γένους, ὡς εἶνε πασίγνωστον. Κατὰ
δὲ τοὺς ἀρχαίους ἦσαν διάφοροι, δῆλα δὴ οἱ μέλανες χαρακτῆρες ἦσαν τοῦ
ἀμεταβόλου συστήματος, οἱ δὲ ἐρυθροὶ ἦσαν φερόμενοι.

(**) Οὗτοί εἰσιν οἱ 7 ἐρυθροὶ φθόγγοι τοῦ α' μονοχόρδου χαρακτῆρες
Π. Ο. Ρ. Ξ. Ν. Μ. Ε. οἵτινες ἐξηγοῦνται καθ' ἡμᾶς οὕτω :

ν ἐν ἀναβάσει καὶ καταβάσει ν π Δ χ π'
νη γα δι νη γα δι
— ν π Δ χ π' Οἱ δὲ ἄλλοι 8 μέλανες ἦτοι οἱ φθόγγοι
κε δι γα νη δι γα νη
Α Λ Γ Θ Δ Κ Ζ Η, εἶνε οἱ ἐστῶτες φθόγγοι τοῦ ἀμεταβόλου συστήματος,
οἵτινες καθ' ἡμᾶς ἐξηγοῦνται οὕτω :
 χ π Δ χ π' σ Γ ζ' ν
κε ζω πα βου κε ζω πα βου βου πα ζω
 ν π Δ χ π'
κε βου πι ζω κε

(***) Διαιρεθῆτω τὸ μεταξὺ Β καὶ Ε διάστημα εἰς ὀκτὼ ἴσα μέρη καὶ ἀφε-
θήτω ἐν ὀγδοον μεταξὺ Ε καὶ Μ, ὥστε τοῦ Ε ὄντος χ'' τῆς δις Διαπασῶν, ὁ
Μ ἔσται Δ'' τῆς δις Διαπασῶν, Κε Δι ἐν καταβάσει.

»**N M**· τόνος ἄρα ἔσται βαρύτερος ὁ **N B** τοῦ **M B**, ὁ δὲ
 »**M B** τοῦ **B E**, ὥστε ἔσται μὲν ὁ **N B** «τρίτη ὑπερβο-
 »λαίων», ὁ δὲ **M B** «Παρανήτη ὑπερβολαίων» διάτο-
 »νος (*). Ἐλαβον τοῦ **N B** τρίτον μέρος καὶ ἐνὶ αὐτῶν ἴσον
 »ἔθηκα τὸ **N E**, ὥστε τὸ **E B** τοῦ **N B** εἶναι ἐπίτριτον καὶ
 »Διατεσσάρων συμφωνιῶν ἐπὶ τὴν βαρύτητα καὶ γενέσθαι
 »τὸ **E B** «Τρίτην Διεzeugμένων» (**). Πάλιν τοῦ
 »**E B** λαβὼν ἡμισυ μέρος ἔθηκα ἴσον αὐτῷ τὸ **E O** ὥστε
 »Διαπέντε συμφωνεῖν τὸ **O B** πρὸς τὸ **E B**· ὁ ἄρα **O B**
 »ἔσται «Παρυπάτη Μέσων» (***). Καὶ τῷ **E O** ἴσον ἔθηκα
 »τὸ **O Π**, ὥστε γενέσθαι τὸ **Π B** «Παρυπάτην ὑπα-
 »τῶν» (****). Ἐλαβον τοῦ **Γ B** τέταρτον μέρος τὸ **Γ P**,
 »ὥστε γενέσθαι τὸ **P B** «Μέσων διάτονον».

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'

§ 7. Περὶ τῶν δύο συστημάτων τῶν ἀρχαίων, τοῦ Διεzeugμένου καὶ τοῦ Συνημμένου.

Οἱ Ἀρχαῖοι ἔχουσιν δύο συστήματα, πρῶτον τὸ Διεzeug-
 μένον, ἀρχόμενον ἀπὸ τῆς «Ῥπάτης Μέσων» καὶ βαῖνον
 μέχρι τῆς «Νήτης Διεzeugμένων» ἥτοι ἀπὸ τοῦ **E** μέχρι

(*) Διαιρεθῆτω τὸ μεταξὺ **M** καὶ **B** εἰς ὀκτῶ καὶ ἀφεθῆτω πάλιν ἐν
 ὀγδοῶν μεταξὺ **M** καὶ **N**, ὥστε ὁ **N** νὰ εἶνε καθ' ἓνα μείζονα τόνον χαμη-
 λότερος ὡς ὁ **Γ** τῆς δις Διαπασῶν, Δι Γα ἐν καταβάσει.

(**) Διαιρεθῆτω τὸ μεταξὺ **N** καὶ **B** εἰς τρία μέρη καὶ μεταξὺ τοῦ **N** καὶ
E ἀφεθῆτω ἐν τρίτον, τότε ἡχεῖται ὁ **Γ** δις Διαπασῶν.

(***) Τὸ μεταξὺ τοῦ **E** καὶ **B** εἰς δύο μέρη διαιρεθῆτω μεταξὺ δὲ τοῦ **E** καὶ
O, ἃς τεθῇ ἡμισυ μέρος, τότε ἡχεῖται ὁ **Γ**

(****) Οἷον διάστημα ὑφίσταται μεταξὺ τοῦ **E** καὶ **O**, τὸ αὐτὸ διάστημα
 ἄρες καὶ μεταξὺ τοῦ **O** καὶ **Π**, τότε ἡχεῖται ὁ **νη** τῆς βαρείας Διαπασῶν.

Η ὡς ἐξῆς: **Θ, Ο, Ρ, Δ, Κ, Ξ, Ζ, Η**, τοῦθ' ὅπερ σχηματίζει κλίμακα (τῶν Διεzeugμένων) τοιαύτην καθ' ἡμᾶς:

$\overset{\delta}{\kappa} \overset{\gamma}{\eta} \overset{\Delta}{\rho} \overset{\chi}{\eta} \overset{\zeta}{\kappa} \overset{\nu}{\eta} \overset{\pi}{\eta} \overset{\delta'}{\kappa}$ Ἐχομεν λοιπὸν ἐνταῦθα δύο τετράχορδα ὅμοια, ἐν τῷ μέσῳ τῶν ὁποίων εὔρηται εἰς μείζων τόνος, καλούμενος διαzeugτικός, ὁ ὁξὺς **Κε—Ζω**, ὅστις διαzeugνῶν τὸ τετράχορδον τῆς βαρείας **Διαπασῶν** ἀπὸ τῆς ὁξείας. Ἐκ τούτου, τὸ μόνον ἐκ τῶν δύο εἰρημένων τετραχορδῶν ἀποτελούμενον ὀκτάχορδον, ἐκλήθη τῶν Διεzeugμένων, τουτέστι τῶν κεχωρισμένων διαπασῶν.

Τὸ δὲ **συνημμένον** ἐνώνει τὰ τέσσαρα τετράχορδα διὰ τῶν δύο Διαπασῶν καὶ πορεύεται μὲν ἐν ἐκάστη Διαπασῶν, κατὰ δύο τετράχορδα, ἀλλὰ **συνημμένα** τὸ ἐν πρὸς τὸ ἄλλο, ἄνευ διαzeugτικοῦ τόνου, ὡς φαίνεται ἐν τῷ δευτέρῳ μονοχορδῷ, ὅπερ εἶνε τῶν **Συνημμένων**. Καὶ τοῦτο ἄρχεται ἐπίσης ἀπὸ τῆς «**ὑπάτης Μέσων**» καὶ βαίνει μέχρι τῆς «**νήτης συνημμένων**» τοι ἀπὸ τοῦ **Θ** μέχρι τοῦ **Ζ**, προχωροῦν διὰ τοῦ ἀστερίσκου, ὃν εἶχεν ὁ Πυθαγόρας προσθέσει ἀρκετοὺς αἰῶνας μετὰ τὸν Ὀλυμπον (*) ἐπὶ σκοπῷ νὰ συνάψῃ καὶ συνεχίσῃ ὅλα τοῦ μονοχορδοῦ

(*) Ἡ ἐπινόησις τοῦ κατὰ διεzeugμένον ἐναρμονίου γένους ἐγένετο ὑπὸ τοῦ Ὀλύμπου τὸ πρῶτον, ὑπὲρ τὰ χίλια ἔτη π. Χ. Ἡ κατὰ συνημμένον ἐπινόησις ἐγένετο ὕστερον ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου κατὰ τὴν γ'. Ὀλυμπιάδα (ἴδε Μ. Θεωρ. Χρυσ. ἐνθου σελ. XVIII). Περὶ τούτου ἐν τῷ εἰρημένῳ θεωρητικῷ ἰδοὺ αὐτολεξεῖ τί λέγεται:

«Πυθαγόρας δὲ θέλων τὴν οὐσίαν τοῦ παντὸς συνημμένην διὰ
»Μουσικῆς (Παυσανίας), φιλοσοφικωτέραν ἀπὸ ὅλους τοὺς πρὸ αὐτοῦ
»ἐνέθηκεν ἔρευναν εἰς τὴν Μουσικὴν. Οὗτος διελὼν τὸ πεντικαιδεκά-
»χορδον σύστημα εἰς 5 τετράχορδα προσέθηκεν εἰς τοὺς ἑθόγγους τὸν
»Προσλαμβανόμενον. Εὔρε τὰ διαστήματα τῶν τόνων καὶ δι' ἀριθμῶν
»ἐξέφρασε τὴν διαφορὰν αὐτῶν, οἵτινες ἀριθμοὶ σώζονται καὶ ἔως εἰς
»ἡμᾶς. Τούτους δὲ τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τοὺς τρόπους, οὓς μετεχειρί-
»σθη πρὸς διάκρισιν τῶν διαστημάτων καὶ τὰ σύμφωνα καὶ τὰ διά-
»φωνα συστήματα καὶ τὰ λοιπὰ περιέξει μὲν καὶ αὕτη ἡ Βίβλος,
»πλατύτερον ὅμως εὐρίσκεις αὐτὰ ἐν τῷ Πυθαγορικῷ Νικομάχῳ παρα-
»λαβόντι ταῦτα παρὰ Φιλόλαου, ὅστις ἐχρημάτισε μαθητὴς τοῦ Πυ-

τὰ τετράχορδα. Ἐκ τῆς πορείας ταύτης **Θ, Ο, Ρ, Δ, ***
Ξ, Ζ, παρουσιάζεται τοιαύτη καθ' ἡμᾶς κλίμαξ συνημμένη:
 $\overset{6}{\kappa} \overset{7}{\eta} \overset{\Delta}{\delta} \overset{x}{\gamma} \overset{2}{\zeta'} \overset{\gamma'}{\eta'} \overset{\pi'}{\pi}$. Τὸ σύστημα τῆς διαιρέσεως εἶνε καὶ
ἐνταῦθα ἡμιτόνιον, τόνος, τόνος ἐν ἀμφοτέροις τοῖς τετρα-
χόρδοις.

Βλέπομεν λοιπὸν ὅτι, ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω συνημμένων καὶ
ὅλα τὰ λοιπὰ τετράχορδα τῶν ἐν τῷ μονοχόρδῳ τόνων συνά-
πτονται μέχρι τέλους δι' ἑνὸς ἡμιτόνου, τόνου καὶ τόνου. Πρὸ
τοῦ Πυθαγόρου ὅμως ὑπῆρχε μόνον ἡ κλίμαξ τῶν Διεζευγμένων
ἤτοι ἡ φυσικὴ δις Διαπασῶν. Ὁ Πυθαγόρας δὲ διὰ τοῦ ἀστερί-
σκου, τὸν ὁποῖον προσέθηκε διὰ νὰ συνδέσῃ τὰ 4 τετράχορδα τῆς
δις Διαπασῶν, ἐποίησεν αὐτὰ πέντε καὶ συνῆψεν ὅλα δι' ἑνὸς
συστήματος τετραχόρδου, συνισταμένου ἐξ ἡμιτόνου τόνου καὶ
τόνου. Τὸ σύστημα ταῦτο ἤρχιζεν ἀπὸ τοῦ Μίξολυδίου καὶ
προέβαινε μέχρι τῆς «**ὑπάτης Μέσων**» ἐν τῷ α' τετραχόρδῳ,
καὶ ἐντεῦθεν πάλιν δι' ἑνὸς ἡμιτόνου τόνου καὶ τόνου προέβαινε
μέχρι τῆς Μέσης ἐν τῷ β' τετραχόρδῳ. Προσθεὶς δὲ οὗτος ἐν
τῷ μέσῳ τῶν δύο Διαπασῶν τῶν Συνημμένων τὸν ἡμιτονικὸν
ἀστερίσκον, ἐσχημάτισε τρίτον τετράχορδον, ὅπερ ἐκάλεσε
«**τρίτην συνημμένων**» καὶ εἶτα ἐπιστρέφων ὀπίσω ἕνα καὶ
ἥμισυν τόνον καὶ ἀρχίζων ἀπὸ τῆς Παραμέσης προέβαινε εἰς
τὰ λοιπὰ τετράχορδα πάντοτε καθ' ἡμίτονον, τόνον καὶ τόνον,
οὕτως ὥστε εἰάν ἀκολουθήσῃ τις ἀπὸ τοῦ Προσλαμβανομένου
(ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ 1 τοῦ εὗρισκομένου εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ μονο-
χόρδου εἰς τὸν **Κε**) καὶ προβῇ τακτικῶς ἀριθμῶν μέχρι τῶν
18, θέλει εὗρεῖ ὅλους τοὺς τόνους τῆς τε τῶν συνημμένων κλί-
μακος καὶ τῆς τῶν Διεζευγμένων καὶ ἐννοήσῃ πῶς ὁ Πυθαγό-
ρας ἐπέστρεφεν ἕνα καὶ ἥμισυν τόνον ὀπίσω εἰς τὸν Παράμεσον

»θαγόρου. Ἡ δὲ σύζυγος τοῦ Πυθαγόρου Θεανώ ἦτο τόσον πεπαι-
»δευμένη, ὥστε ὄχι μόνον βιβλία συνέγραψεν, ἀλλὰ καὶ μετὰ τὸν θά-
»νατον τοῦ ἀνδρός της ἀνεδέχθη καὶ τὸ Σχολεῖόν του.

καὶ συνέδεε τὰ τετράχορδα. Περὶ τῶν Συνημμένων ὁ Γαυδέν-
τιος ἐν τῷ Μεῦθωμιακῷ βιβλίῳ λέγει : «*Συνημμένων ὠνομά-
σθη, διὰ τὸ μὴ ἀφιστάναι τῶν μέσων, ἀλλὰ συνῆφθαι τῷ πρὸ
αὐτοῦ τετραχόρδῳ κατὰ κοινὸν φθόγγον (*) τὴν μέσσην*». Ἐξ
οὗ ἐξάγεται,, ὡς φρονοῦμεν, τὸ αὐθεντικὸν καὶ ἀκριβὲς τῶν
λεχθέντων ὑφ' ἡμῶν περὶ συνημμένων.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Δ'

§ 8. Περὶ τῆς ἀξίας τοῦ μείζονος τόνου τῆς Διαπασῶν, τοῦ ἐλάσσονος τόνου καὶ ἡμιτονίου.

Ἡ ἀξία τοῦ μείζονος τόνου ὡς καὶ ἡ τῆς Διαπασωνικῆς κλί-
μακος καταδεικνύεται ἐκ τοῦ μήκους τῆς ὅλης χορδῆς. Τῇ
ὅλῃ χορδῇ ἐδόθη ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου ἀξία 108 τμημάτων ἀνα-
λόγων. Διαιρεθέντων δὲ τούτων εἰς ἐννέα ἴσα μέρη περιλαμβά-
νοντα ἀνὰ 12 τμήματα ἕκαστον, κατεδείχθη ὅτι ἡ ἀξία τοῦ
μείζονος τόνου εἶνε ἀκριβῶς 12 τμήματα. Διότι τὸ πρῶτον
ἕνατον τῆς χορδῆς, ὅπερ ὀνομάζεται καὶ ἐπόγδοον καὶ ὅπερ
εὑρίσκεται κατακόρυφον ἐν τοῖς ἐγχόρδοις ὄργάνοις καὶ πρῶτον
τῶν ἄλλων ὀκτὼ διαιρέσεων (ἐξ οὗ καὶ ἐπόγδοον ἐκλήθη) κατὰ
τὴν κάθετον στάσιν τοῦ ἐγχόρδου ὄργανου, ὃν μείζων τόνος,
ἔσται τὸ $\frac{12}{108}$, ἀφ' οὗ οἱ 9 τόνοι, πάντες ἀνὰ ἴσα τμήματα
περιλαμβάνοντες δίδουσι γινόμενον 108, δηλαδὴ τὸ μήκος τῆς
χορδῆς ($9 \times 12 = 108$). Ὡστε ἡ ἀξία ἐνὸς μείζονος τόνου εἶνε
12 τμήματα ἀκριβῶς. Ταῦτα δὲ εἰσι τὰ κατ' Εὐκλείδην ἐπό-
γδοα καλούμενα διαστήματα.

Τῆς δὲ Διαπασωνικῆς κλίμακος τὴν ἀξίαν εὗρεν οὕτω ὁ Πυ-

(*) Κοινὸς φθόγγος ὠνομάζετο ὁ ὀξύς Κε τῆς Διαπασῶν.

θαγόρας. Διαιρέσας, ὡς καὶ προλαβόντες εἵπομεν, τὰ 108 τμήματα τῆς χορδῆς εἰς τρία ἴσα μέρη ἀνὰ 36 διὰ τοῦ διαβήτου ἐνόησεν, ὅτι ἡ α' Διαπασῶν ἔχει ἀξίαν $\frac{2}{3}$, τουτέστι 72 τμημάτων, διότι τὰ δύο τρίτα τῆς ὅλης χορδῆς ἔδωσαν μίαν διαπασωνικὴν βαρεῖαν ἀντιφωνίαν, ὡς δύναται πᾶς τις νὰ πεισθῇ περὶ τούτου κρούων ἑγχχορδόν τι ὄργανον. Τὸ δ' ἕτερον τρίτον τῆς χορδῆς ἐκ τμημάτων 36 ἔχει ἀναλόγως τὴν δευτέτην Διαπασῶν. Ὡστε ἐνουμένων τῶν διαιρέσεων τούτων ἡ χορδὴ φέρει ἀριθμὸν ἀκριβῶς 108 μὲ βαρύτατον βόμβον (*). Σημειωτέον ὅμως ὅτι ὁμιλοῦμεν ἐνταῦθα περὶ τῆς ἀξίας τῆς πραγματικῆς καὶ ἀληθοῦς Διαπασωνικῆς ἀντιφωνίας, λέγοντες ὅτι ἔχει αὕτη 72 τμήματα καὶ οὐχὶ 68 τμήματα καὶ 66. Ὁ δὲ ἐλάσσων τόνος, μικρότερος ὢν κατὰ μῆκος περιλαμβάνει 11 τμήματα, ὡς δύναται τις νὰ ἐννοήσῃ ἐξετάζων τὴν χορδὴν ὀργάνου τινός, οὐχὶ δ' ἐννέα ὡς φρονοῦσιν οἱ πολλοὶ ἀπατῶμενοι ἐκ τῆς ἐλλειποῦς διαιρέσεως τῆς Διαπασῶν εἰς 68 τμήματα(**).

Ὁ τρίτος τόνος, ἡμιτόνιον ὢν, ἐκλήθη ἐλάχιστος τόνος μὲ ἐπτὰ τμήματα. Εἶνε ἀληθές ὅτι τὸ ἡμιτόνιον παρ' Εὐρωπαίοις ἔχει ἀξίαν 6 τμημάτων, ἀλλ' εἶνε τοῦτο τῆς ἀριθμητικῆς ἀναλογίας. Κατὰ μῆκος ὅμως χορδῆς ἔχει ἀξίαν $\frac{7}{12}$. Περὶ τούτου ὁ Γαυδέντιος λέγει: «Τὸ ἡμιτόνιον οὐκ ἔστιν ἀκριβῶς ἡμιτόνιον». Καὶ ὁ Εὐκλείδης λέγει: «Οὐκ ἄρα διαιρεθήσεται ὁ

(*) Ἰδε τὴν οἰκείαν χορδὴν κατωτέρω ἐν τῇ ἀποδείξει τῆς ἀξίας τῆς κλίμακος διὰ τῆς καθ' ἡμιόλιον διαιρέσεως.

(**) Ὁ μείζων τόνος ἔχει ἀξίαν $\frac{12}{108}$, διότι κατέχει τὴν πρώτην κατὰ κόρυφον καὶ μεγαλειτέραν τονικὴν θέσιν. Ἐὰν δὲ λαμβάνῃ ποτὲ τὴν θέσιν ταύτην ὁ ἐλάσσων τόνος, καὶ ἀρχίξῃ ἡ κλίμαξ ἀπὸ τοῦ ἐλάχιστου τόνου, δῆλα δὴ ἀπὸ τοῦ Κε Ζω, τότε ὁ ἐλάσσων ἀντὶ 11 λαμβάνει 12 τμήματα, διότι εὐρίσκεται ἐν τῇ μεγαλειτέρᾳ διαιρέσει τῆς χορδῆς, διὰ τοῦτο καὶ εἰκάζεται, ὅτι οἱ ἀρχαῖοι καὶ τὸν ἐλάσσονα τόνον τὸν ἔχουσιν ὡς μείζονα (ἴδε τὴν κλίμακα τοῦ Ἀριστοξ.).

τόνος εἰς ἴσα». Τοῦτο διότι τὸ κατὰ μῆκος χορδῆς ἡμιτόνιον εἶνε μείζων τοῦ τῆς ἀριθμητικῆς ἀναλογίας, καὶ ἰδοὺ ὁ λόγος: Ὁ πρῶτος ἢ μείζων τόνος εἶνε ὁ μεγαλείτερος τόνος τῆς χορδῆς μὲ ἀξίαν 12 τμημάτων καί, ὡς εἴπομεν, ὁ ἐλάσσων ἔχει 11. Ὅπως λοιπὸν καθ' ἐν τμήμα διαφέρει ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος, οὕτω καὶ τὸ πρῶτον ἡμιτόνιον μὲ 7 τμήματα διαφέρει τοῦ δευτέρου ἡμιτονίου καθ' ἐν πάλιν τμήμα. Τὸ β' ἡμιτόνιον ἔχει 5 τμήματα ($7+5=12$). Ταῦτα δὲ δύναται τις κάλλιστα νὰ ἐννοήσῃ, ἐὰν μετὰ προσοχῆς ἐξετάσῃ τὴν χορδὴν τοῦ ὄργάνου. Ἐν τούτοις τοῦ δευτέρου ἐκ τμημάτων 5 ἡμιτονίου, περιπτοῦ ὄντος (*) ἐν τῇ Ἑκκλησιαστικῇ μουσικῇ, δὲν ποιούμεθα χρῆσιν εἰ μὴ τοῦ πρώτου ἐκ τμημάτων 7.

Περὶ δὲ τῶν τονικῶν διαστημάτων ἀναφέρομεν καὶ πάλιν ὅτι ὅταν ἡ χορδὴ τίθεται κατὰ κάθετον στάσιν, τότε ἐν τῷ καταβαίνειν τὰ τονικά διαστήματα, ἀναβαίνει ἡ φωνή, διότι βαθμηδὸν ἐλαττοῦται τὸ μῆκος τῆς χορδῆς, ὅσον δὲ ἐλαττοῦται τὸ μῆκος τῆς χορδῆς, τοσοῦτον ὑψοῦται ἡ φωνή. Τοῦναντίον δὲ ὅσον καταβαίνει ἡ φωνή, τοσοῦτον ἀραιώνονται τὰ τονικά διαστήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

§ 9. Περὶ τοῦ χρωματικοῦ γένους παρ' ἀρχαίοις Ἑλλήσι.

Παρεθέσαμεν ἐνταῦθα τρίτον μονόχορδον, δι' οὗ καταδεικνύεται ὁποῖα ἦτο ἡ ὀργανικὴ χρῆσις τοῦ χρωματικοῦ γένους παρ' ἀρχαίοις Ἑλλήσι. Τὸ χρωματικὸν γένος ἀρχέται ἀπὸ

(*) Τὸ δεύτερον ἡμίτονον τὸ 5, $\frac{1}{3}$, πιθανῶς νὰ ὠνομάσθῃ ἐκ τῶν ἀρχαίων λεῖμμα, καθ' ὅτι εἶνε ἐλλειπὲς καθ' ἐν τμήμα ἐκ τοῦ ἡμιτονίου 6. Ὡς πρὸς τὴν καθ' ἡμᾶς μουσικὴν τοῦτο εἶνε ἄχρηστον.

τοῦ $\overline{\nu\eta}$ (μέ ἐρυθρὸν ἀριθμὸν 1) ἦτοι ἀπὸ τῆς Παρυπάτης (καθ' ἡμᾶς $\nu\eta$) καὶ βαίνει μέχρι τοῦ ἀστερίσκου, ἐκεῖθεν μέχρι τέλους ἕως τὸν ἀριθμὸν 19. Ἐν τῇ κλίματι τοῦ χρωματικοῦ γένους, ὡς ἐκ τῆς ἀρκτικῆς θέσεως τοῦ χρωματικοῦ ἤχου, τὰ δύο ἡμιτόνια συμπίπτουσιν εἰς ὅλα τὰ τετράχορδα παραπλεύρως εἰς τὸ αὐτὸ μέρος, διότι τὸ πρῶτον ἡμιτόνιον εἶνε φυσικὸν ἡμιτόνιον τῆς διατονικῆς κλίμακος, οἷον $\zeta\omega$, $\nu\eta$, καὶ $\theta\omicron\upsilon$, $\gamma\alpha$ τὸ β' ἡμιτόνιον τῆς αὐτῆς χρωματ. κλίμακος. Τὰ δύο ταῦτα φυσικὰ ἡμιτόνια, ὡς εἶνε ἐπόμενον, καὶ ἐν τοῖς δυσὶ τετραχόρδοις προηγεῖται τοῦ χρωματικοῦ, ἦτοι τὸ φυσικὸν ἡμιτόνιον $\zeta\omega$ — $\nu\eta$ προηγοῦνται καὶ τὸ $\nu\eta$ — $\pi\alpha$ παρουσιάζεται β' χρωματικὸν ἡμιτόνιον.

Καὶ ταῦτα μὲν δύναται τις νὰ ἐννοήσῃ ἐπισταμένως ἐξετάζων τὸ τρίτον τοῦτο μονόχορδον. Ἐπειδὴ ὁμοῦς ὁ λόγος περὶ χρωματικοῦ γένους τῶν ἀρχαίων ἀναγκαῖον ἐκρίναμεν νὰ λύσωμεν ἐνταῦθα ἀπορίαν, ἣν καθ' ἐκάστην ἀκούομεν παρὰ πολλῶν. Πολλοὶ δὴλα δὴ ἐκ τῶν ἡμετέρων ἱεροψαλτῶν ἀποροῦσι, διατὶ οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες τὸ χρωματικὸν γένος ἀρχίζουσιν ἐκ δύο ἡμιτονίων. Πράγματι οἱ ἀρχαῖοι τὸ γένος τοῦτο ἐκ δύο ἡμιτονίων ἀρχίζουσιν, ὡς φαίνεται εἰς τὸ μονόχορδον. Ἐν τῷ φάλλειν ὁμοῦς δὲν ἤρχιζον ἐκ τοῦ α' ἡμιτονίου τοῦ φυσικοῦ, ἀλλ' ἐκ τοῦ β' τοῦ χρωματικοῦ. Ἐν τῷ ἀνωτέρῳ μονοχόρδῳ φαίνεται, ὅτι τὸ α' ἡμιτόνιον τῆς φυσικῆς κλίμακος εἶνε τὸ $\zeta\omega$ — $\nu\eta$, ἀλλ' ὁμοῦς ὁ χρωματικὸς δὲν ἄρχεται καθ' ἡμᾶς ἀπὸ τοῦ $\zeta\omega$ — $\nu\eta$, ἀλλ' ἀπὸ τοῦ $\nu\eta$ — $\pi\alpha$ τοῦ χρωματικοῦ, ἦτοι ἀπὸ τοῦ δευτέρου ἡμιτονίου. Οἱ ἐπὶ τοῦ γ' χρωματικοῦ μονοχόρδου ἐρυθροὶ ἀριθμοὶ καὶ μαρτυρίαι παρουσιάζουσιν ἐπὶ τῆς διατονικῆς κλίμακος ὠρισμένας τὰς τονικάς τοῦ χρωματικοῦ γένους θέσεις ἐν δεξιᾷ καὶ ἀριστερᾷ, τουτέστι δεικνύουσιν ὅτι ἡ ἀρχὴ καὶ ἡ βάσις τῆς χρωματικῆς κλίμακος ἦτο· καὶ εἶνε πάντοτε ἀπὸ τῆς Παρυπάτης Ὑπατῶν, δὴλα δὴ ἀπὸ τοῦ καθ' ἡμᾶς ν χρωματικοῦ.

Οἱ Ἀρχαῖοι καὶ τὰ τρία γένη ἤρχιζον ἀπὸ τοῦ Μιξολυδίου **Ζω** καὶ οὐχὶ ἀπὸ τοῦ Προσλαμβανομένου **Κε**, διότι πρῶτον πάτημα τῶν δακτύλων καὶ ὁ πρῶτος κατὰ φωνὴν ἀνιῶν τόνος ἐπὶ τοῦ μονοχόρδου εἶνε ὁ Μιξολύδιος τόνος ὁ καθ' ἡμᾶς διατονικὸς **Ζω**, ἡ χρωματικὴ ὁμως ἐνέργεια ἤρχιζεν ἀπὸ τοῦ **νη—πα**. Παραθέτομεν δὲ πρὸς ἀπόδειξιν τοῦ τοιοῦτου καὶ τὸν ἐξῆς τῶν ἀρχαίων κανόνα, διότι, ὡς φαίνεται, ὁ Πυθαγόρας διὰ τὴν ἐνῶσιν ὅλα τὰ τετράχορδα ἤρχιζε τὸ συνημμένον ἀπὸ τῆς Μέσης ἐκ τοῦ χρωματικοῦ καὶ ἐναρμονίου γένους

«Καλουμένον δὲ Συνημμένων, ποιῶντες ἀρχὴν καὶ διὰ τοῦτο συνημμένον λέγοντες αὐτό, (διότι ὁ Πυθαγόρας ἐν ταῦθα συνῆψε διὰ τοῦ ἀστερίσκου τὴν βαρεῖαν Διαπασῶν μὲ τὴν ὀξεῖαν) ποτὲ δὲ τῶν διεzeugμένων, ὅπερ οὐκέτι τὴν ἀρχὴν ἀπὸ Μέσης εἶχεν, ἀλλ' ἀπὸ τῆς Παραμέσης καλουμένης (*), ἣτις ἀπὸ τῆς Μέσης ἀπεῖχεν αἰὲν τόνον κατὰ πάντα τὰ γένη τῆς μελωδίας»

Ἐν ἄλλαις λέξεσι καὶ τὰ τρία γένη ἤρχιζον ἀπὸ τοῦ Μιξολυδίου, τοῦ καθ' ἡμᾶς **Ζω**, ὡς φαίνεται καὶ ἐν ταῖς τρισὶ κλίμαξι τῶν τριῶν γενῶν (**) καὶ εἶχον τὸν **Ζω** μὲ μείζονα τόνον εἰς τὸ Διεzeugμένον. Περὶ τούτου δὲ βεβαιούμεθα ἐκ τοῦ ὅτι ὀργανικὴν καὶ ἑγχορδον μουσικὴν οἱ ἀρχαῖοι ἔχοντες, ἤρχιζον τὸ πρῶτον πάτημα τοῦ δακτύλου ἀπὸ τοῦ Μιξολυδίου. Διὰ τοῦτο δὲ καὶ τὸν Μιξολύδιον ὠνόμασαν πρῶ-

(*) Τοῦτο δηλονότι ὅταν ἤρχιζον τὴν ὀξεῖαν Διαπασῶν τῶν Διεzeugμένων, ἤρχιζον ἀπὸ τῆς Παραμέσης ἥτοι ἀπὸ τῆς ἀντιφωνίας τοῦ Μιξολυδίου **Ζω** διατονικοῦ, διότι μόνον τὸ συνημμένον ἀρχίζει ἀπὸ τῆς Μέσης καὶ ἀστερίσκου εἰς τὴν ὀξεῖαν Διαπασῶν ὁ Πυθαγόρας διὰ τὴν ἐνῶσιν τὰ τετράχορδα ὅλα.

(**) Ὁ ἐλάχιστος τόνος ἐκ περιπτώσεως παρουσιάζεται καὶ ὡς μείζων, διότι ἂν προηγῇται ὁ μείζων λ.χ. ὁ καθ' ἡμᾶς **νη—πα** μὲ τμήματα 12 τότε ὁ **β'**. ἥτοι ὁ **πα**, **βου**, θά ἔχῃ 11 τμήματα. Ἐὰν ὁμως ἀρχίσῃ ἀπὸ τοῦ ἐλάχιστου ὡς πρῶτου τόνου τῆς ὅλης χορδῆς, παρουσιασθήσεται τότε, ὡς προείπομεν, ὁ ἐλάχιστος ὡς φυσικὸς μείζων, ἥτοι μετὰ τμημάτων πάλιν 12 καθ' ὃ κατέχων τότε τὸν πρῶτον τόνον τῆς χορδῆς, ὅστις εἶναι ὁ μεγαλῆτερος ὅλων τῶν τόνων.

τον. Ἐπίσης καὶ ἐν τῷ Μ. Θεωρητικῷ Χρυσάνθου ἀναφέρονται οἱ ἐξῆς λόγοι τοῦ Βρυεννίου. «Πρῶτον μὲν καὶ ὀξύτατον εἶδος τῆς μελωδίας εἶνε ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἐπέχει τὸν ὑπερμιξολύδιον τόνον. Ὀνομάζεται δὲ τοῦτο ὑπὸ τῶν μελοποιῶν ἤχος πρῶτος».

Καὶ ὑπερμιξολύδιος μὲν τόνος εἶνε ὁ Προσλαμβανόμενος **Κε**, Μιξολύδιος δὲ ἤχος εἶνε ὁ καθ' ἡμᾶς **Ζω** διατονικός, ἀφ' οὗ καὶ ἀρχίζομεν ἀναβαίνοντες κατὰ φωνήν. Ὡστε οὗτος ἐν τῷ μονοχόρδῳ εἶνε ὁ πρῶτος ἀνιῶν τόνος καὶ ἀπ' αὐτοῦ οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες ἤρχιζον καὶ τὰ τρία γένη νὰ ἀναβαίνωσιν. Ἐν τῷ ὀργάνῳ ὅμως ὁ ἀρκτικός φθόγγος ἦτο ὁ **Κε**, ὁ ὑπερμιξολύδιος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'

§ 10. Περὶ τῶν διαφόρων τόνων τοῦ Πυθαγορείου Μονοχόρδου.

Ὁ Προσλαμβανόμενος **Κε** εἶνε τὸ προήχημα τῆς χορδῆς. Ἡ ῥ'πάτη βαρεῖα ἢ ῥ'πάτη ὑπατῶν εἶνε ὁ πρῶτος κατὰ φωνήν ἀνιῶν μεῖζων τόνος ὁ **Κε—Ζω**. Παρυπάτη ῥ'πατῶν εἶνε ὁ δεύτερος φθόγγος ἀναβαίνων καθ' ἡμιτόνιον, οἶον **Ζω—Νη**. Ὁ ῥ'πατῶν διάτονος ἢ λιχανὸς ἀνέρχεται καθ' ἓνα μεῖζονα τόνον, οἶον **Νη—Πα**. Ἡ ῥ'πάτη Μέσων, ἣτις ὀνομάζεται ἐν τοῖς ἤχοις καὶ Δώριος εἶνε τόνος ὑψηλότερος κατὰ 12 ὁλόκληρα τμήματα τοῦ Διατόνου καὶ Λιχανοῦ, οἶον **πα—δου**. Ὁ τόνος Παρυπάτη Μέσων ἀπὸ τοῦ τῆς ὑπάτης Μέσων εἶνε ὑψηλότερος καθ' ἓν ἡμιτόνιον, οἶον **Βου—Γα**. Ὁ Μέσων διάτονος καὶ Λιχανὸς εἶνε καθ' ἓνα μεῖζονα τόνον ὑψηλότερος ἀπὸ τὴν Παρυπάτην Μέσων, οἶον **Γα, Δι**. Ἡ Μέση εἶνε τόνος ὑψηλότερος τοῦ Διατόνου Μέσων κατὰ 12 τμήματα, οἶον **Δι Κε**. Ἐνταῦθα λήγει ἡ πρώτη καὶ βαρεῖα Διαπάσων. Μετὰ δὲ τὴν Μέσῃ ἐν τοῖς τῶν ΜΙΣΑΝΑ ΜΙΣΑΝΗΙΔΟΥ—ΝΕΟΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΝ

συνημμένων εύρίσκεται ὁ ἀστερίσκος τοῦ Πυθαγόρου καθ' ἡμισυν τόνον ὑψηλότερος τῆς Μέσης. Μετ' αὐτὸν εὕρηται ὁ **Συνημμένων διάτονος** καθ' ἓνα μείζονα τόνον ὑψηλότερος τοῦ ἀστερίσκου, οἷον **Ζω—Νη**. Μετὰ τὸν διάτονον τοῦτον ἔρχεται ἡ **Νήτη Συνημμένων** οὔσα καθ' ἓνα πάλιν μείζονα τόνον ὑψηλοτέρα, οἷον **Νη—Πα**. Ἐντεῦθεν ἀκριβῶς ὁ Πυθαγόρας στρέφων ὀπίσω καθ' ἓνα καὶ ἡμισυν τόνον, κατέβαινεν εἰς τὸν **Παράμεσον** τῶν Διεzeugμένων, ὄντα πάλιν καθ' ἓνα μείζονα τόνον ὑψηλότερον τῆς Μέσης, οἷον **Κε—Ζω** διατονικός. Μετὰ τὸν παράμεσον ἔρχεται ἡ **Τρίτη Διεzeugμένων** καθ' ἡμισυν τόνον ὑψηλοτέρα, οἷον **Ζω—Νη** τῶν Διεzeugμένων. Μετ' αὐτὴν εὕρηται ὁ **Διεzeugμένων Διάτονος**, ὑψηλότερος καθ' ἓνα μείζονα τόνον, οἷον **Νη—Πα**. Μετὰ τὸν διάτονον τοῦτον ἔρχεται ἡ **Νήτη Διεzeugμένων** ὑψηλοτέρα καθ' ἓνα πάλιν μείζονα τόνον, οἷον **Πα—Βου**. Μετὰ τὴν **Νήτην**, ἔρχεται ἡ **Τρίτη Ὑπερβολαίων** (*) οὔσα καθ' ἡμισυν τόνον ὑψηλοτέρα τῆς Νήτης, οἷον **Βου—Γα**. Μετὰ δὲ ταύτην εὕρηται ὁ **Ὑπερβολαίων Διάτονος** ὢν καθ' ἓνα μείζονα τόνον ὑψηλότερος τῆς Τρίτης Ὑπερβολαίων, οἷον **Γα—Δι**. Μετ' αὐτὸν τὸν διάτονον εἶνε ἡ **Νήτη Ὑπερβολαίων**, τόνος τελευταῖος, ὢν ὑψηλότερος τῆς νήτης καθ' ἓνα μείζονα τόνον, οἷον **Δι—Κε**. Ἔως ἐδῶ οἱ ἀριθμοὶ τοῦ β'. μονοχόρδου εἶνε 18, ἐπειδὴ ἔχει πέντε τετράχορδα, καθ' ὃ Συνημμένον. Τὸ δὲ Διεzeugμένον ἔχει 15 τόνους καὶ φθόγγους μὲ τέσσαρα τετράχορδα. (Ἰδε τὸ α'. μονόχορδον).

(*) Μᾶλλον πέμπτη Ὑπερβολαίων ἔδει, νομιζομένη, καὶ κληθῆ, καθ' ὃ ἐπὶ τοῦ πέμπτου χειμένη τετραχόρδου, ἐκτὸς εἶν ὑπάρχῃ ἄλλος τις λόγος ἄγνωστος ἡμῖν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'

§ 11. Περὶ τοῦ βασιμοῦ καὶ τῆς αὐθεντικότητος τῶν ἐπὶ τοῦ μονοχόρδου σημειουμένων ἀρχαίων Ἑλληνικῶν ἤχων.

Ἐκ τῆς σειρᾶς τῶν ἐπὶ τοῦ μονοχόρδου φαινομένων ἀρχαίων ἤχων πᾶς τις δύναται νὰ ἐννοήσῃ, ὅτι οἱ αἰοίδιμοι Διδάσκαλοι ὤρισαν ἐσφαλμένως τοὺς ἀρχαίους τῶν Ἑλλήνων ἤχους ἐν τῇ καθ' ἡμᾶς Ἐκκλησιαστικῇ μουσικῇ. Τὸν μὲν καθ' ἡμᾶς πρῶτον ὤρισαν ὡς τὸν Δώριον, τὸν δεύτερον ὡς τὸν Λύδιον καὶ τὸν τρίτον ὡς τὸν Φρύγιον κ.τ.λ., ἐν ᾧ ἄλλως ὀρίζονται ὑπὸ τῶν ἀρχαίων. Περὶ τούτων ὁ μὲν Ἀριστείδης λέγει ἐν τῷ Μεῦθω-μιακῷ βιβλίῳ :

« Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ Ὑπάτης ὑπατῶν ἐκαλεῖτο Μιξολύδιον (α).
» Τὸ δὲ ἀπὸ Παρυπάτης Λύδιον (β). Τὸ δὲ ἀπὸ Διατόνου Φρύ-
» γιον (γ). Τὸ δὲ ἀπὸ ὑπάτης Μέσων Δώριον (δ). Τὸ δὲ ἀπὸ
» Παρυπάτης Μέσων Ὑπολύδιον (ε). Τὸ δὲ ἀπὸ Διατόνου Μέ-
» σων Ὑποφρύγιον (ζ). Τὸ δὲ ἀπὸ Μέσης Ὑποδώριον (η).

Ὁ δ' Εὐκλείδης ἐν τῷ αὐτῷ συγγράμματι λέγει συμφωνῶν τῷ Ἀριστείδῃ :

« Καλεῖται δὲ τὸ μὲν πρῶτον εἶδος τῶν Διαπασῶν Μιξολύ-
» διον (ζω), τὸ δὲ δεύτερον Λύδιον (νη) καὶ τὸ τρίτον Φρύ-
» γιον (πχ). Τὸ δὲ τέταρτον Δώριον (βου), καὶ τὸ πέμπτον
» Ὑπολύδιον (γχ), τὸ δὲ ἕκτον Ὑποφρύγιον (δε), τὸ δὲ ἑβδο-
» μον κοινὸν ἐκαλεῖτο Δωκρικὸν καὶ Ὑποδώριον (ὅπερ καθ'
» ἡμᾶς εἶνε ὁ ὀξὺς Κε), δηλαδή καθ' ἡμᾶς = Ζω νη πχ βου
γα δε κε.

Περὶ τῶν ἀληθειῶν τούτων καὶ ὁ Γαυδέντιος ἐν ἐκτάσει ὡς ἐξῆς ἀποφαίνεται :

(α) Ἰδὲ ἐν τῷ α'. μονοχόρδῳ ὅτι εἶνε ὁ καθ' ἡμᾶς διατονικὸς Ζω, (β) ὁ καθ' ἡμᾶς Νη, (γ) ὁ Πα, (δ) ὁ Βου, (ε) ὁ Γα, (ζ) ὁ Δι, (η) ὁ Κε.

«Οἱ παλαιοὶ τὸν πάντων (κατὰ φωνήν) βαρυτάτον φθόγγον
 »ἀφ' οὗ τὴν ἀρχὴν ἐπὶ τὸ ὀξύ τῆς ἀρμονίας (*) ἐποιοῦντο, ἐκά-
 »λουν «**Προσλαμβανόμενον**» (ὅπερ καθ' ἡμᾶς εἶνε ὁ **Χε**
 »μηλὸς **Κε**). Μετὰ δὲ αὐτὸν ἔτασσον «**Ῥπάτην Ῥπα**
 »**τῶν**» (**) αἰ τοῦ Προσλαμβανομένου τονιαῖον ἀφεστῶσα
 »διάστημα κατὰ πάντα τὰ γένη τῆς ἀρμονίας (**Κε—Ζω**)
 »Ἐφεξῆς δὲ «**Παρυπάτην Ῥπατῶν**» ἐτίθесαν ἡμιτονίαν
 »τῆς ὑπάτης ὀξυτέραν (ἦτοι **Ζω—νη**). Εἶτα Λιχανὸν Ῥπα-
 »τῶν, τόνῳ ἀπέχοντα τῆς Παρυπάτης ἐπὶ τὸ ὀξύ, ὅστις κα-
 »«**Διάτονος Ῥπατῶν**» ἐκαλεῖτο ἐν τῷ Διατονικῷ γένει
 »(**νη—πα**). Μετὰ δὲ τοῦτον, «**Ῥπάτη τῶν Μέσων**» ἐτάσ-
 »σετο, τόνον ὁμοίως ἀπέχουσα τοῦ Λιχανοῦ ἦτοι Διατόνου
 »(**οἶον πα—βου**). Καὶ μέχρι ταύτης τὸ τῶν Ῥπατῶν συνεπλη-
 »ροῦτο σύστημα τετραχόρδον, ἀρχόμενον ἀπὸ τῆς Ῥπάτης
 »Ῥπατῶν καὶ λήγον εἰς τὴν Ῥπάτην τῶν Μέσων (**Ζω, νη,**
 »**πα, βου**). Ἀφ' ἧς πάλιν ἀπὸ τοῦ **Βου** ἀρχὴν ἐποιοῦντο τοῦ
 »τετραχόρδου τῶν Μέσων ὡς εἶνε κοινὸν ἀμφοτέρων τῶν τετρα-
 »χόρδων φθόγγον, τὴν «**Ῥπάτην τῶν Μέσων**» τοῦ μὲν πρῶ-
 »του τετραχόρδου τῶν ὑπατῶν ὀξυτάτην (κατὰ θέσιν, οὐχὶ κα-
 »κατὰ φωνήν) ὑπάρχουσαν, τοῦ δὲ δευτέρου τετραχόρδου τῶν
 »Μέσων (πάλιν κατὰ θέσιν) βαρυτάτην(***) . Μετὰ δὲ ταύτην ἡ

(*) Οἱ ἀρχαῖοι καὶ τὸν ἀπλοῦν μονότονον ἦχον ἀρμονίαν ἐκάλουν· τῇ σήμερον δὲ ἐτραλμένως ἀρμονία ὀνομάζεται ἡ Εὐρωπαϊκὴ συμφωνία.

(**) Κατὰ τὴν κάθετον στάσιν τῆς χορδῆς Ῥπάτη ὑπατῶν, ὀνομάζεται παρ' ἀρχαίοις ὁ ὑψηλότερος τόνος οὐχὶ κατὰ φωνήν, ἀλλὰ κατὰ τὴν θέσιν, διότι κατὰ κάθετον στάσιν τῆς χορδῆς ἡ ὑπάτη εἶνε ὁ ὑψηλότερος κατὰ θέσιν τόνος, κατὰ φωνήν δὲ χαμηλότατος· ἡ δὲ ὑπάτη ὑπατῶν εἶνε ὁ **Κε—Ζω** τόνος.

(***) Ἡ λέξις βαρυτάτη κατὰ τὴν κάθετον στάσιν τῆς χορδῆς δηλοῖ τὸ δεῦτερον τετραχόρδον, ὅπερ κατὰ στάσιν καὶ θέσιν εἶνε χαμηλότερον τοῦ πρώτου τετραχόρδου τῶν Ῥπατῶν, κατὰ φωνήν δὲ εἶνε ὀξυτέρον· ὡς

Ζω νη πα βου	Βου γα δε κε
--------------	--------------

πρῶτον

δεύτερον

» Παρυπάτη τῶν Μέσων ἐστὶν ἡμιτονίῳ τῆς Ὑπάτης ὀξυτέρα
 » (οἷον **βου** — **γα**). Καὶ μετ' αὐτὴν «**Λιχανὸς** τῶν **Μέσων**» ἦτοι
 » Διάτονος τῶν Μέσων τόνῳ τῆς Παρυπάτης ὀξύτερος (ὡς **γα** - **δε**).
 » Μετὰ δὲ τοῦτον ἡ «**Μέση**» τόνῳ καὶ αὐτὴ τοῦ τῶν Μέσων
 » Λιχανοῦ διαφέρουσα (ὡς **δε** — **κε**). Καὶ μέχρι μὲν ταύτης
 » συνεπλήρουν τὸ δεύτερον σύστημα τετράχορδον τῶν Μέσων
 » (**βου**, **γα**, **δε**, **κε**). (Ἐν ἄλλοις λόγοις συνεπληροῦτο ἐντε-
 » λῶς ἡ πρώτη Διαπασῶν). Ἀπὸ δὲ ταύτης ποτὲ μὲν τὸ τῶν
 » συνημμένων προσετίθεσαν τετράχορδον πάλιν αὐτὴν τὴν Μέ-
 » σην τοῦ ἐφεξῆς τετραχόρδου, καλουμένου δὲ Συνημμένων,
 » ποιοῦντες ἀρχὴν καὶ διὰ τοῦτο Συνημμένον λέγοντες, ποτὲ δὲ
 » τὸ τῶν Διεξευγμένων, ὅπερ οὐκέτι τὴν ἀρχὴν ἀπὸ Μέσης εἶχεν,
 » ἀλλ' ἀπὸ τῆς καλουμένης «**Παραμέσης**», ἣτις ἀπὸ τῆς Μέ-
 » σης ἀπεῖχεν αἰ τόνον κατὰ πάντα τὰ γένη τῆς μελωδίας. Δύο
 » τοίνυν ἐποιοῦν οἱ παλαιοὶ συστήματα τέλεια. Τὸ μὲν κατὰ συνα-
 » φὴν καλοῦντες, τὸ δὲ κατὰ διάζευξιν. Ὅτε μὲν οὖν τὸ κατὰ
 » συναφὴν σύστημα ἐποιοῦν ἐφεξῆς ἐτίθεσαν τῇ Μέσῃ «**Τρίτην**
 » **Συνημμένων νητῶν**» ἡμιτονίῳ τῆς Μέσης ἀπέχουσαν. Τρίτη
 » δὲ ἐφεξῆς «**Παρανήτην Συνημμένων νητῶν**» τόνῳ δὲ τῆς
 » Τρίτης ὀξυτέραν· ταύτης δὲ ἐφεξῆς, «**Νήτην Συνημμένων**
 » **νητῶν**» τόνῳ τῆς Παρανήτης ὀξυτέραν. Ἐκάλουν δὲ τοῦτο τὸ
 » τετράχορδον «**Νητῶν Συνημμένων**»· νητῶν μὲν, διὰ τὸ
 » νέατον καὶ πέρας εἶνε τῆς ἐπὶ τὸ ὀξὺ (κατὰ φωνὴν) προόδου,
 » συνημμένων δέ, διὰ τὸ μὴ ἀφιστάναι τὴν Μέσῃ, ἀλλὰ συνῆ-
 » φθαι τῷ πρὸ αὐτοῦ τετραχόρδῳ κατὰ κοινὸν φθόγγον τὴν
 » Μέσῃ. Ἐλεγον δὲ τὴν μὲν ἐγγὺς τῆς Μέσης **Τρίτην** διὰ τὸ
 » τρίτην ἀπὸ τέλους ὑπάρχειν. Τὴν δὲ ἐφεξῆς **Παρανήτην** τε-
 » ταγμένην, τὴν δὲ τελευταίαν **Νήτην**, ἅτε πέρας οὔσαν τῆς ἐπὶ
 » τὸ ὀξὺ (κατὰ φωνὴν) κινήσεως ὡς εἰρήκαμεν.

« Ὅτε δὲ τὸ κατὰ διάζευξιν σύστημα ἐποιοῦν τῇ Μέσῃ «**Πα-
 » ραμέσην**» ἐφεξῆς ἐποιοῦν τόνῳ τῆς Μέσης ἐφεστηκυῖαν αἰ
 » κατὰ πάντα τὰ γένη, καθάπερ καὶ τοῦ Προσλαμβανομένου
 » καὶ τῆς τῶν Ὑπατῶν εἴρηται. Ἀπὸ δὲ τῆς Παραμέσης ἀρχὴν

»ἐποιοῦντο τοῦ τετραχόρδου «**Νητῶν Διεξευγμένων**» καὶ τὸ
 »αὐτὸν τρόπον ἔτασσον ἡμιτονίῳ μὲν ὀξυτέρᾳ τῆς Παραμέσης
 »«**Τρίτην Νητῶν Διεξευγμένων**» καὶ ἑφεξῆς ταύτης ὀξυ-
 »ραν τόνῳ τὴν «**Νήτην τῶν Διεξευγμένων Νητῶν**» ἦντι
 »πάλιν ἀρχὴν ἐποιοῦντο τοῦ τετραχόρδου «**Νητῶν Ὑπερβο-**
 »**λαίων**» τέλος μὲν οὖσαν καὶ ὀξυτάτην τοῦ τετραχόρδου τῶ
 »«**Διεξευγμένων Νητῶν**», ἀρχὴν δὲ καὶ βαρυτάτην τοῦ τε-
 »τραχόρδου «**Ὑπερβολαίων**». Ἐφεξῆς γὰρ αὐτῇ τὴν «**Τρί-**
 »**την Ὑπερβολαίων Νητῶν**» (*) ὀξυτέρᾳ αὐτῆς ἡμι-
 »τονίῳ. Ταύτῃ δὲ τὴν «**Παρανήτην**» ἑφεξῆς ἐτίθησαν τόνῳ ἀπέ-
 »χουσιν τῆς Τρίτης. Εἶτα τὴν «**Νήτην Ὑπερβολαίων Νη-**
 »**τῶν**», τόνῳ μὲν αὐτῆς ἀπέχουσιν ἐπὶ τὸ ὀξύ, πέρασ δὲ
 »οὖσαν τοῦ δευτέρου συστήματος, καλουμένου κατὰ διάζευξιν».

Ὡς πρὸς τὴν ἀκριβῆ δὲ καθόρισιν τῶν κυρίων καὶ πλαγίων
 ἤχων, ἐὰν ἐξετάσωμεν τὸ μονόχορδον, θέλομεν ἶδει ἀντὶ τοῦ
 Λυδίου, τῶν καθ' ἡμᾶς Διδασκάλων, τὸν Μιξολυδίον, ἀντὶ τοῦ
 Φρυγίου τὸν Λύδιον, ἀντὶ τοῦ Μιξολυδίου τὸν Φρύγιον καὶ
 καθεξῆς. Προσέτι οἱ Ὑποδώριαι, Ὑπολύδιοι, Ὑπερφρύγιοι, περὶ
 ὧν λέγεται ἐν τοῖς ἡμετέροις θεωρητικοῖς ὅτι ἀντιστοιχοῦσι
 πρὸς τοὺς καθ' ἡμᾶς πλαγίους ἤχους, ἄλλως ὀρίζονται ὑπὸ
 τῶν ἀρχαίων καὶ ἄλλως ὑπὸ τῶν Διδασκάλων.

Οἱ μὲν Διδάσκαλοι γράφουσιν ὅτι ἕκαστος τετρατόνως ἐπὶ τὸ
 βαρὺ κείμενος φθόγγος εἶνε πλάγιος τοῦ τετρατόνως ἐπὶ τὸ ὀξύ
 κειμένου Κυρίου του. Οἱ δὲ ἀρχαῖοι μουσικοφιλόσοφοι τοὺς κυρίους
 ἤχους ὀρίζουσιν ὡς χαμηλοὺς κατὰ φωνὴν καὶ τοὺς πλαγίους ὡς
 ὀξεῖς κατὰ φωνὴν ἤτοι ἀντιθέτως πρὸς τοὺς Διδασκάλους.

(*) Φρονοῦμεν ὅτι ὁ συγγραφεὺς ἴσως ἐκ παραδρομῆς λέγει αὐτόθι «**Τρίτην Ὑπερβολαίων**» ἀντὶ νὰ εἴπῃ «**Τετάρτη**». Καθότι εἰς τὸ κατὰ διάζευξιν σύστημα, τὸ τετράχορδον τῶν Ὑπερβολαίων εἶνε ὄντως τέταρτον καὶ οὐχὶ τρίτον. Τετράχορδον Ὑπατῶν α', τῶν Μέσων β', τῶν διεξευγμένων γ', τῶν Ὑπερβολαίων δ', ἀγνοοῦμεν διατὶ μετὰ τὴν Μέσσην εὐρίσκονται τρεῖς. Τρίτη Συνημμ. Τρίτη Διεξευγμ. καὶ Τρίτη Ὑπερβολαίων. Εἶνε τρίται ἀπὸ τοῦ Προσλαμβανομένου ἢ ἀπὸ τῆς Μέσης ἁδελον.

Ἐκάστη Διαπασῶν ἀποτελεῖται ἐκ δύο ὁμοίων ἀλλήλοις τετραχόρδων, ἐξ ὧν τὸ πρῶτον εἶνε χαμηλότερον τοῦ δευτέρου κατὰ φωνήν καίτοι ὑψηλότερον κείμενον κατὰ τοὺς ἀρχαίους κατὰ θέσιν, τοῦθ' ὅπερ οἱ Διδάσκαλοι δὲν ἐνόησαν καὶ ὑπέπεσαν εἰς τὸ πρῶτον λάθος, ἐξ οὗ καὶ τὰ ἄλλα ἐπήγασαν. Ἐπὶ τῶν μονοχόρδων, ἅπερ παρεθέσαμεν, ἕκαστος δύναται νὰ παρατηρήσῃ ὅτι οἱ κύριοι ἤχοι κατὰ θέσιν μόνον εἶνε ὀξεῖς, οὐχὶ δὲ κατὰ φωνήν. Ὅξεῖς κατὰ φωνήν εἰσιν οἱ πλάγιοι, οὕτως ὥστε δὲν ἔπρεπε νὰ λεχθῇ περὶ τῶν πλαγίων ἤχων, ὅτι κεῖνται **ἐπὶ τὸ βαρὺ** τετρατόνως ἀπὸ τῶν κυρίων τῶν, ἐν ᾧ ἦσαν ὀξεῖς κατὰ φωνήν.

Αἱ ὀνομασίαι τῶν καθ' ἡμᾶς κυρίων ἤχων ἀποδίδονται εἰς τὸν "Αγ. Ἀμβρόσιον τῶν Μεδιολάνων ἀκμάσαντα περὶ τὸ 370 μ.Χ. καὶ συνθέσαντα τοὺς ἱεροὺς ὕμνους τῆς Ἐκκλησίας τῶν Μεδιολάνων ἐπὶ τῶν κυρίων ἤχων ἦτοι ἐπὶ τοῦ πρώτου μόνον τετραχόρδου. Τῶν δὲ πλαγίων ἤχων ὁ καθορισμὸς ἢ οὕτως εἶπεῖν ἢ ἐκμετάλλευσις ἀποδίδεται εἰς Γρηγόριόν τινα, ὅστις βλέπων τὰ ἱερὰ ᾠσματα μὴ ἀπασχολοῦντα ὁλόκληρον τὴν Διαπασῶν ἐσκέφθη νὰ χρησιμοποιήσῃ ἐν τῇ Ἐκκλησίᾳ καὶ τοὺς λοιποὺς τόνους τοῦ πλαγίου τετραχόρδου τῶν Διαπασῶν καὶ ὠνόμασε τοὺς τόνους τούτους πλαγίους. Ἐκ τούτου ἐννοοῦμεν, ὅτι οἱ πλάγιοι ἤχοι ἤρχισαν ἔκτοτε νὰ φάλλωνται ἦτοι καθ' ὁλόκληρον Διαπασῶν νὰ τονίζωνται τὰ ἱερὰ μέλη. ("Ἰδε Λεξ. τῆς Μουσικῆς ὑπὸ Ρουσσώ).

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Η'.

§ 12. Περὶ τῆς ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου ἐφευρέσεως τῆς συμφωνικῆς ἁρμονίας καὶ τῶν τονικῶν ἀριθμῶν καὶ ἀναλογιῶν τῆς δις Διαπασῶν,

Κατὰ τὰς μαρτυρίας τῶν ἀρχαίων μουσικοφιλοσόφων ὁ Πυθαγόρας οὐ μόνον τὰς θέσεις τῶν διαφόρων ἁρμονικῶν φθόγγων ὥρισεν ἀκριβῶς, ἀλλὰ καὶ παρέστησεν αὐτὰς διὰ τῶν ἐπὶ τοῦ μονοχόρδου φαινομένων ἀριθμῶν, οἵτινες εὐρέθησαν ὑπ' αὐτοῦ

διὰ μαθηματικῶν ὑπολογισμῶν καὶ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους τὴν ἀνάλογον σχέσιν κατὰ τε τὸ μῆκος τῆς χορδῆς καὶ κατὰ τὸν ἦχον αὐτῶν· περὶ τούτου ὁ Γαυδέντιος γράφει :

«Τὴν δὲ ἀρχὴν τῆς τῶν ἀριθμῶν εὐρέσεως Πυθαγόραν ἱστο-
»ροῦσι λαβεῖν, ἀπὸ τύχης παριόντα Χαλκεῖον, τοὺς ἐπὶ τὸν
»ἄκμονα κτύπους τῶν ραιστήρων αἰσθόμενον διαφώνους τε καὶ
»συμφώνους, εἰσελθὼν γὰρ εὐθύς τὴν αἰτίαν τῆς τε διαφορᾶς
»τῶν κτύπων καὶ τῆς συμφωνίας ἠρεῦνα, καὶ ταύτην εὕρισκει
σταθμῶν διαφορῶν. . . . κ.τ.λ.

Καὶ παρακατιῶν λέγει :

«Ἐντεῦθεν ἀρχὴν τῆς τῶν συμφωνιῶν ὁμολογίας πρὸς ἀριθ-
»μους ποιησάμενος μεταφέρει τὴν ἔρευναν ἐπὶ τρόπον ἕτερον.
»Δύο γὰρ ἐξάψας χορδὰς ἴσας τε καὶ ὁμοίας καὶ τῆς αὐτῆς ἑρ-
»γασίας τῆς μὲν ἐξαρετᾶ βάρους μερῶν τριῶν, τῆς δὲ ἑτέρας μερῶν
»τεσσάρων καὶ κρούσας ἑκατέραν εὕρισκει συμφώνους κατὰ τὴν
»«**Διατεσσάρων**» λεγομένην συμφωνίαν(*). Πάλιν δ' ἑκατέ-
»ρας ἐξάψας ἡμιόλια βάρη, κρούσας εὕρισκει συμφωνούσας τὰς
»χορδὰς τὸ «**Διαπέντε**». Τριπλάσιον δὲ ποιήσας τὸ Διαπασῶν
»τε ἅμα καὶ Διαπέντε σύμφωνον ἐθεώρει. Ἄλλ' οὐδὲ τῇ πείρᾳ
»τούτων ἀρκεσθεῖς μόνη, βασανίζει τρόπον ἄλλον. Χορδὴν γὰρ
»τείνας ἐπὶ κανόνος τινὸς καὶ τὸν κανόνα διελὼν εἰς μέρη δώδεκα,
»πρῶτον μὲν πᾶσαν κρούσας, εἶτα τὸ ἥμισυ αὐτῆς, τὸ τῶν ἑξ
»μερῶν σύμφωνον εὕρισκε τὴν πᾶσαν τῷ ἥμισυ κατὰ Διαπασῶν».

Τὰ ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου εἰς τὰς χορδὰς ἐξαρτηθέντα βάρη ἀποβλέπουσι κυρίως τὴν τάνυσιν τῆς χορδῆς. Ὁ δὲ κανὼν ἐφ' οὗ τείνας οὗτος τὴν χορδὴν ἐποιήσατο τὴν ρηθεῖσαν διαίρεσιν παριστᾷ αὐτὸ τὸ μονόχορδον ἥτοι τὴν κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς σχέσιν πρὸς τὸν ἐξαγόμενον ἦχον. Ἐὰν πράγματι διαιρέσωμεν τὴν χορδὴν ὀργάνου τινὸς διὰ τοῦ διαβήτου εἰς 12 ἴσα μέρη, τὸ ἀκριβὲς ἥμισυ τῆς ὅλης χορδῆς ἥτοι τὰ $\frac{6}{12}$ θέλουσιν ἔχει ὀξείως τὸν αὐτὸν ἦχον, ὃν καὶ ὁλόκληρος ἡ χορδὴ παράγει βαρέως

(*) Δῆλον ἐκ τούτου ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἐρεῦρε τὴν ἀρμονικὴν συμφωνίαν.

κατὰ Διαπασῶν ἦτοι καθ' ἐν ὀκτάφωνον Διαπασῶν χαμηλότερον.

Ἴνα δ' ἐξηγήσωμεν τὸ «τῆς μὲν ἐξαριτᾶ βάρος μερῶν τριῶν, τῆς δὲ τεσσάρων καὶ κρούσας ἑκατέραν εὐρίσκει συμφῶνους κατὰ τὴν Διατεσσάρων λεγομένην συμφωνίαν» διαιροῦμεν τὴν ὅλην χορδὴν εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη διὰ τοῦ διαβήτου καὶ ἀφαιροῦμεν εἷτα ἐν τέταρτον ἀπὸ τοῦ μέρους **A**. Τότε βλέπομεν ὅτι τὰ μείναντα τρία τέταρτα τῆς χορδῆς ἤχοῦσι τὸ Διατεσσάρων, τουτέστιν ἂν ὁλόκληρος ἡ χορδὴ ἤχῃ τὸν **Κε**, τὰ τρία αὐτῆς τέταρτα ἤχοῦσι τὸν **Πα**. Ὡστε ἀκριβῆς συμφωνία Διατεσσάρων εἶνε τὸ : **Κε**¹, **Ζω**², **Νη**³, **Πα**⁴.

Ἐννοεῖται ὅτι τὰ ἐξαρτηθέντα βάρη ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου ἔχουσι τὴν αὐτὴν σχέσιν καὶ ἀναλογίαν πρὸς τὴν φωνὴν τῆς χορδῆς, οἷαν ἔχει καὶ ἡ ἐλάττωσις ἢ αὐξησις τοῦ μήκους αὐτῆς, διότι, ἐάν, ἀντὶ νὰ θέσωμεν τὸν δάκτυλον ἐφ' ἐνὸς σημείου τῆς χορδῆς, ἵνα σμικρύνοντες τὸ διάστημα τοῦ μήκους παραγάγωμεν ὑψηλότερον φθόγγον, τανύσωμεν τὴν χορδὴν ἐν ἀναλόγῳ μέτρῳ, πάλιν τὴν αὐτὴν ὕψωσιν τῆς φωνῆς θέλομεν ἐπιτύχει.

Ἡ καὶ κατ' ἄλλον τρόπον: Ὑποθετέον ὅτι ἡ ὅλη χορδὴ **A—B** ἤχεϊ τὸν **Κε**, ἐάν πατήσωμεν διὰ τοῦ δακτύλου τὸ ἐν τέταρτον αὐτῆς, τὰ λοιπὰ τρία τέταρτα θέλομεν ἀκούσει ὅτι ἤχοῦσι τὸν **Πα** (τὸ **ΓΒ** τοῦ μονοχόρδου), ὥστε **Κε**, **Ζω**, **Νη**, **Πα**.

Ὅταν πάλιν ὁλόκληρος ἡ χορδὴ (τὸ **AB** τοῦ μονοχόρδου, ἤχῃ τὸν **Κε**, τὰ δύο τρίτα τῆς χορδῆς ἦτοι τὸ **ΘΒ** τοῦ μονοχόρδου θὰ ἤχῃσωσι τὸν **Βου**, τουτέστι τὸ «Διαπέντε» ὡς **Κε**¹, **Ζω**², **Νη**³, **Πα**⁴, **Βου**⁵. Διὰ τοῦ τρόπου δὲ τούτου ἐξηγεῖται τὸ ἀνωτέρω ἐξάψας ἑκατέρας ἡμιόλια (*) βάρη, κρούσας εὐρίσκει συμφωνοῦσας τὰς χορδὰς τὸ Διαπέντε».

Κατωτέρω παραθέτομεν πίνακα, δι' οὗ καταδεικνύεται ἡ σχέσις τοῦ βάρους τοῦ ἐξαρτωμένου ἀπὸ μεταλλίνης χορδῆς πρὸς τὸν διὰ τῆς κρούσεως παραγόμενον ἦχον.

(*) Καὶ τοῦ ἡμιολίου τῆς χορδῆς διαιρουμένου εἰς τρία ἴσα μέρη, τὸ πρῶτον μέρος ἐξ αὐτῶν ἦτοι τὸ **AΘ** τοῦ μονοχόρδου ἤχεϊ τὸ Διαπέντε, τὸ δὲ ἕτερον μέρος, ἦτοι τὰ δύο τρίτα, ἤχεϊ τὴν ἀντιφωνίαν κατὰ Διαπασῶν βριτυόνως **ΘΒ**.

**Πίναξ δεικνύων τὴν σχέσιν τῆς ἐντάσεως
τῆς χορδῆς διὰ τοῦ βάρους πρὸς
τὴν φωνήν, ἣν αὕτη ἐξάγει.**

Δράμια									
100	Διὰ τοῦ βάρους	ένος δοχείου	δραμίων 100	ἐλήφθη ὁ ἦχος					ν
25	θέτοντες	βάρος 25	δραμίων ἐν τῷ δοχείῳ	παράγομεν τὸν...					π
30	»	προσέτι 30	»	»	»	»	»		ρ
20	175	»	»	20 (ἐνταῦθα τὰ 175 ἡχοῦσι τὸ Διατεσσάρων)	γα				δ
50	225	»	»	50 (καὶ ἐνταῦθα τὰ 225 ἡχοῦσι τὸ Διαπέντε)	δε				λ
50		»	»	50 ἕτερα	»	»	»	»	γ
75		»	»	75	»	»	»	»	γ
50	Καὶ τέλος	50	τὸ ὅλον 400 δραμ.	παράγουσι τὸν ἦχον τῆς					ν'
400		300		Διαπασῶν					γ

Ὡστε δι' ὀλίγου βάρους 400 δραμίων (100 τοῦ δοχείου καὶ 300 προσθέτων) ἐπιτυγχάνεται ὁ ὑψηλὸς νη ἥτοι μία Διαπασῶν ἐντελής. Τοῦτο δὲ μαρτυρεῖ ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ ἀναλογία τῶν βαρῶν καὶ μηκῶν τῆς χορδῆς ἔχουσι στενὴν σχέσιν μετὰ τὴν Μουσικὴν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ'

§ 13. Περὶ τῶν παλμῶν καὶ τοῦ μήκους τῆς χορδῆς παρ' Εὐρωπαίους

Οἱ Εὐρωπαῖοι ὁλονέν πρὸς τελειοποίησιν τῆς ἑαυτῶν μουσικῆς καταγινόμενοι, ἥς, ὡς ἀπεδείξαμεν, ἡ ἀρχὴ ἦτο καθαρῶς Ἑλληνικὴ, καὶ διὰ παλμῶν ἔτι προσδιώρισαν τὰς διαφόρους θέσεις τῶν τόνων τῆς χορδῆς.

Καὶ θεωρητικῶς οἱ ἀριθμοὶ τῶν παλμῶν μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς χορδῆς, ἥτις παράγει τοὺς διαφόρους ἦχους καὶ τόνους εἰσὶ

κατ' εὐθεΐαν ἀνάλογοι πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τῶν τεινόντων βαρῶν. Λόγου χάριν διὰ βάρους ἑκατὸν δραμίων ἡ χορδὴ ποιοῦσα δέκα παλμοὺς ἔχει τὸν **Nη**. Διὰ βάρους τετρακοσίων δραμίων θὰ παραχθῶσιν εἴκοσι παλμοὶ καὶ ἡχοθήσεται ὁ ὑψηλὸς **Nη** κατὰ Διαπασῶν, διότι δέκα οὔσης τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τοῦ ἑκατόν, ἡ τοῦ τετρακόσια ἔσται εἴκοσιν, ἐν ἄλλοις λόγοις ὁ ὑψηλὸς **Nη** ποιεῖ διπλασίους παλμοὺς τοῦ χαμηλοῦ **Nη**.

Οὕτω οἱ ἐν Εὐρώπῃ διὰ τῶν παλμῶν τῆς χορδῆς κατῴρθωσαν νὰ προσδιορίζωσι τὴν φυσικὴν κλίμακα, τοῦθ' ὅπερ ποιοῦσι καὶ διὰ τῶν τονικῶν διαστημάτων καὶ διὰ τοῦ μήκους τῆς ὅλης χορδῆς. Ἐν τῇ διὰ τοῦ μήκους τῆς χορδῆς προσδιορίσει τῆς κλίμακος, τὰ διαστήματα τῶν τόνων σμικρύνονται, ἐλαττουμένων τῶν μηκῶν αὐτῶν, καθ' ὅσον ἀνέρχεται ἡ φωνή. Οὕτω ἂν χορδὴ τις ἐπὶ παραδείγματι ἔχῃ 90 τμήματα, σμικρυνομένων τῶν διαστημάτων τῶν τόνων βαθμηδὸν κατὰ τὴν ἀνοδὸν τῆς φωνῆς, ὅταν φθάσωμεν εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τῆς χορδῆς, εὕρισκόμεθα ἐν τῇ Διαπασῶν ἦτοι ἐν τῇ ἀντιφωνίᾳ καὶ ἐν τῷ ἡμίσει τοῦ 90 δηλαδὴ εἰς τὰ 45. Ἡ αὕτη ἀκρίβεια παρατηρεῖται ἐν πᾶσι τοῖς ἐγχόρδοις ὀργάνοις, ἐν οἷς μέχρι τῆς ὀξείας Διαπασῶν τὰ διαστήματα ἐλαττοῦνται κατὰ μῆκος τόσον, ὥστε ἐν τῇ ὀξείᾳ Διαπασῶν ὁ μείζων τόνος κατέχει τὸ ἥμισυ μῆκος τοῦ ἐν τῇ βαρείᾳ Διαπασῶν μείζονος τόνου.

Προσδιορίζοντες ὁμῶς διὰ τῶν παλμῶν τὴν κλίμακα, ὅσω προχωροῦμεν εἰς τὴν κατὰ φωνὴν ἀνάβασιν, βλέπομεν αὐξανομένους τοὺς παλμοὺς ἢ τὰς δονήσεις τῆς χορδῆς. Ἐὰν καθ' ὑπόθεσιν ἡ χορδὴ κατὰ τὴν πρώτην πληξίν ἔκαμε 45 δονήσεις, κρουομένη ἐν τῇ κατὰ Διαπασῶν ἀντιφωνίᾳ θέλει κάμει 90 τοιαύτας ἦτοι διπλασίας, ἐν τῇ δὲ Διαπασῶν θὰ ἔχῃ 180 παλμοὺς καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Οὕτω σὺν τῇ ἐλαττώσει τοῦ μήκους τῶν τονικῶν διαστημάτων αὐξάνει ὁ ἀριθμὸς τῶν παλμῶν.

Περὶ τῆς διὰ τῶν τονικῶν διαστημάτων προσδιορίσεως τῆς φυσικῆς κλίμακος θέλομεν πραγματευθῇ κατωτέρω.

§ 14. Κλίμαξ τῆς Εὐρωπαϊκῆς Μουσικῆς κατὰ
 «μῆκος χορδῆς», ἥς τους πρώτους ὁρισμοὺς οἱ Εὐρω-
 παῖοι παρέλαβον ἀπὸ τοὺς ἀρχαίους "Ελληνας.

72 τεμάχια

A		B	
8	9	3	2
Pe	Me	Φα	Σολ
Δο	νη	90	180
πα	80	72	144
80	160	144	288
320	640	320	640
1280	2560	1280	2560
5120	10240	5120	10240
20480	40960	20480	40960
81920	163840	81920	163840
327680	655360	327680	655360
1310720	2621440	1310720	2621440
5242880	10485760	5242880	10485760
20971520	41943040	20971520	41943040
83886080	167772160	83886080	167772160
335544320	671088640	335544320	671088640
1342177280	2684353280	1342177280	2684353280
5368709120	10737412480	5368709120	10737412480
21474836480	429496500480	21474836480	429496500480
858993457280	1717986001920	858993457280	1717986001920
3435973829120	6871944007680	3435973829120	6871944007680
13743895316800	27487776030720	13743895316800	27487776030720
54975581267200	109951104122880	54975581267200	109951104122880
219902325068800	439804416491520	219902325068800	439804416491520
879609300275200	1759217665966080	879609300275200	1759217665966080
3518437201100800	7036870663864320	3518437201100800	7036870663864320
14073748804403200	28147482655457280	14073748804403200	28147482655457280
56295035217612800	112589930621829120	56295035217612800	112589930621829120
225180140870464000	450359722487317760	225180140870464000	450359722487317760
896720563481856000	1801438889949271040	896720563481856000	1801438889949271040
3586882253927424000	7205755559797084160	3586882253927424000	7205755559797084160
14347529015709696000	28823022239188336640	14347529015709696000	28823022239188336640
57390116062838784000	115292088956753346560	57390116062838784000	115292088956753346560
229560464251355136000	461168355827013386240	229560464251355136000	461168355827013386240
918241857005420544000	1844673423308053544960	918241857005420544000	1844673423308053544960
3672967428021682176000	7378693693232214179840	3672967428021682176000	7378693693232214179840
14691869712086728704000	29514774772928856719360	14691869712086728704000	29514774772928856719360
58767478848346914816000	118059099091715426877440	58767478848346914816000	118059099091715426877440
235069915393387659264000	472236396366861707509760	235069915393387659264000	472236396366861707509760
940279661573550637056000	1888945585467446830038400	940279661573550637056000	1888945585467446830038400
3761118646294202548224000	7555782341869787320153600	3761118646294202548224000	7555782341869787320153600
15044474585176810192896000	30223129367479149280614400	15044474585176810192896000	30223129367479149280614400
60177898340707240771584000	120892517469916597122457600	60177898340707240771584000	120892517469916597122457600
240711593362828963086336000	483570069879666388489830400	240711593362828963086336000	483570069879666388489830400
962846373451315852345344000	1934280279518665553959321600	962846373451315852345344000	1934280279518665553959321600
3851385493805263409381376000	7737121118074662215837286400	3851385493805263409381376000	7737121118074662215837286400
15405541975221053637525504000	30948484472298648863349126400	15405541975221053637525504000	30948484472298648863349126400
61622167900884214550102016000	123793937889194595453396512000	61622167900884214550102016000	123793937889194595453396512000
246488671603536858200408064000	495175751556778381813586048000	246488671603536858200408064000	495175751556778381813586048000
985954686414147432801632256000	1980703006227113527254344192000	985954686414147432801632256000	1980703006227113527254344192000
3943818745656589731206529024000	7922812024908454109017376768000	3943818745656589731206529024000	7922812024908454109017376768000
15775275002626358924826116096000	31691248099633816436069507072000	15775275002626358924826116096000	31691248099633816436069507072000
63101100010505435699304464384000	126765000398535265744278028288000	63101100010505435699304464384000	126765000398535265744278028288000
252404400042021742797217857536000	507060001594141062977112113152000	252404400042021742797217857536000	507060001594141062977112113152000
100961760016808697118887143014400	202824000637656425190844845260800	100961760016808697118887143014400	202824000637656425190844845260800
40384704006723478847554857205760	81129600255062570076337938092320	40384704006723478847554857205760	81129600255062570076337938092320
16153881602689391539021942882112	32451440102025028030535175236928	16153881602689391539021942882112	32451440102025028030535175236928
6461552641075756615608777153472	12980576040810011212214070094784	6461552641075756615608777153472	12980576040810011212214070094784
25846210564303026462435108613888	51922304163240044848856280379136	25846210564303026462435108613888	51922304163240044848856280379136
103384842257212105849740434455552	207689216652960179395425121516544	103384842257212105849740434455552	207689216652960179395425121516544
413539369028848423398961737822208	830756866611840717581700486066176	413539369028848423398961737822208	830756866611840717581700486066176
1654157476115393693595846951288704	3323027466447362870326801944264704	1654157476115393693595846951288704	3323027466447362870326801944264704
6616629904461574774383387805154816	13292110265789451481307207777058816	6616629904461574774383387805154816	13292110265789451481307207777058816
26466519617846299097533551220619264	53168441063157805925228831108235264	26466519617846299097533551220619264	53168441063157805925228831108235264
105866078471385196390134204882477120	212673764252631223700915324432941120	105866078471385196390134204882477120	212673764252631223700915324432941120
423464313885540785560536819529888480	850695057010524902803661297731764480	423464313885540785560536819529888480	850695057010524902803661297731764480
1693857255542163142242147278119553920	3402780228042099611214645190927057920	1693857255542163142242147278119553920	3402780228042099611214645190927057920
6775429022168652568968589112478215680	13610920912168398444858580763708231680	6775429022168652568968589112478215680	13610920912168398444858580763708231680
27101716088674610275874356450312862720	54443683648673593779434323054832926720	27101716088674610275874356450312862720	54443683648673593779434323054832926720
108406864354698441103505425801251450880	217774734594694375117737292219331706880	108406864354698441103505425801251450880	217774734594694375117737292219331706880
433627457418793764414021703205005803520	871108938378777500470949168877326827520	433627457418793764414021703205005803520	871108938378777500470949168877326827520
1734509829675175057656086812820023214080	3484435753515110001883796675509307310080	1734509829675175057656086812820023214080	3484435753515110001883796675509307310080
6938039318700700230624347251280092856320	13937743014060440007535186702037229241600	6938039318700700230624347251280092856320	13937743014060440007535186702037229241600
27752157274802800922497389005120371425280	55748972056241760030140746808148916966400	27752157274802800922497389005120371425280	55748972056241760030140746808148916966400
11100862909921120368998955602048148570240	222995716236967040120562987232595667865600	11100862909921120368998955602048148570240	222995716236967040120562987232595667865600
44403451639684481475995822408192594280960	891982865147868160482251948930382671462400	44403451639684481475995822408192594280960	891982865147868160482251948930382671462400
177613806558737925903983289632770377117440	356775546079151264192900779572153068585600	177613806558737925903983289632770377117440	356775546079151264192900779572153068585600
71045522623495170361593315853108150847040	142702218431660501597160311828861227434240	71045522623495170361593315853108150847040	142702218431660501597160311828861227434240
284182090493980681446373263412432603377280	569528761726642006388641253695724909736960	284182090493980681446373263412432603377280	569528761726642006388641253695724909736960
113672836197592272578549305365073121510080	227811504690656802555456501478293967894720	113672836197592272578549305365073121510080	227811504690656802555456501478293967894720
454691344790369090314197221460292486442240	911266018762627201021826005913175871578880	454691344790369090314197221460292486442240	911266018762627201021826005913175871578880
181876537916147636125678888584116994577280	364506431505050880408730402365266348631040	181876537916147636125678888584116994577280	364506431505050880408730402365266348631040
727506151664590544502715554336547578300160	145802572602020353763492160946106539324480	727506151664590544502715554336547578300160	145802572602020353763492160946106539324480
2910024606658362178010862217346190313216640	583210290408081415045968643784426157297920	2910024606658362178010862217346190313216640	583210290408081415045968643784426157297920
11640098426633448712043448869376761251266560	2332841161632325660183874575137704629191680	11640098426633448712043448869376761251266560	2332841161632325660183874575137704629191680
4656039370653379484817379547750704516486720	9331364646529301936735498300550818516786560	4656039370653379484817379547750704516486720	9331364646529301936735498300550818516786560
18624157482613517939269518191002818066346240	37325458586117207746941993202203274067146240	18624157482613517939269518191002818066346240	37325458586117207746941993202203274067146240
7449662993045407175707807276401131226538560	1493018343444682710677599710080130962653760	7449662993045407175707807276401131226538560	1493018343444682710677599710080130962653760
29798651972181628702831229105604524906154240	59720733737787308427103988403205238906149120	29798651972181628702831229105604524906154240	59720733737787308427103988403205238906149120
11919460788872651489132491642241809962461760	23888295495114923370841595361282095562459680	11919460788872651489132491642241809962461760	23888295495114923370841595361282095562459680
47677843155490605956529966568967239850877440	95551181980459691883367981445129182249518080	47677843155490605956529966568967239850877440	95551181980459691883367981445129182249518080
19071137262196242382611986627587295940350720	38220472792183076753347192578051672899402880	19071137262196242382611986627587295940350720	38220472792183076753347192578051672899402880
76284549048784969530447946510349183761703040	152881891168731907013388770312206691597611520	7628454904878496	

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον βαίνουνσιν ἅπασαι αἱ ἀλλεπάλληλοι Διαπασῶν. Τὸν δὲ προσδιορισμὸν τοῦτον τῆς φυσικῆς κλίμακος κατὰ μῆκος χορδῆς οἱ Εὐρωπαῖοι ἐποίησαν οὕτω· ἔστω π. χ. ἐπὶ κιθάρας. Ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς ὅλης χορδῆς ἔγραψαν ἐπὶ τῆς χειρίδος τοῦ ὀργάνου **A** καὶ εἰς τὸ τέλος **B**. κρούσαντες δὲ τὴν χορδὴν ἀνοικτὴν ἤτοι ἐν ὅλῳ αὐτῆς τῷ μήκει (**A B**) ἔσχον ἓνα φθόγγον ἢ βόμβον, ὑποθετέον τὸν καθ' ἡμᾶς **Nη**. Κατόπιν διαιρέσαντες τὸ ὀλικὸν μῆκος εἰς 9 ἴσα μέρη διὰ τοῦ διαβήτου, ἀφῆρεσαν τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέρος τοῦ **A** ἑνατον, ὅπερ οἱ ἀρχαῖοι ἐκάλουν ἐπόγδον, καὶ κρούσαντες ἔσχον φθόγγον ἀνάλογον πρὸς τὸν ἡμέτερον **Πα**, ἤτοι ἡ διαφορὰ τοῦ ἑνὸς ἐνάτου ὑπῆρξεν ὁ τόνος **Nη—Πα**. Ὁ **Nη** ἤχηθη δι' ἐννέα ἐνάτων καὶ ὁ **Πα** δι' ὀκτὼ ἐνάτων. Διαιρέσαντες εἴτα τὸ ὀλικὸν μῆκος πάλιν τῆς χορδῆς εἰς 5 ἴσα μέρη, καὶ ἀφαιρέσαντες ἀπὸ τοῦ μέρους τοῦ **A** τὸ πρῶτον πέμπτον μέρος τῆς διαιρέσεως, ἔσχον διὰ τῆς κρούσεως τῶν λοιπῶν τεσσάρων πέμπτων βόμβον ἀνάλογον πρὸς τὸν **Βου**. Κατόπιν εἰς 4 ἴσα μέρη τὴν ὅλην χορδὴν διαιρέσαντες ἀφῆρεσαν ὁμοίως ἀπὸ τὸ μέρος τοῦ **A** τὸ πρῶτον τέταρτον καὶ κρούσαντες τὰ λοιπὰ τρία τέταρτα ἔσχον τὸν φθόγγον **Γα**, τὰ δύο τρίτα ἤχησαν τὸν **Δε**, τὰ τρία πέμπτα τῆς ὅλης χορδῆς ἤχησαν τὸν **Κε**, τὰ ὀκτὼ δέκατα πέμπτα τὸν **Ζω**, τὸ δὲ ἐν δεύτερον ἦτοι τὸ δεύτερον ἡμισυ τῆς χορδῆς τὸν ὑψηλὸν **Nη**.

Αἱ θέσεις αὗται τῶν τόνων παρ' Εὐρωπαίοις σημειούμεναι διὰ τῶν κλασμάτων $\frac{8}{9} \frac{4}{5} \frac{3}{4} \frac{2}{3} \frac{3}{5} \frac{8}{15} \frac{1}{2}$ δύνανται, ὥς βλέπει ὁ ἀναγνώστης, νὰ προσδιορισθῶσι καὶ διὰ τῶν ἀριθμῶν τῶν σημειουμένων κατὰ τάξιν κάτωθι τῆς προεκτεθείσης κλίμακος, διότι διπλασιαζόμενοι οὗτοι παριστῶσι μίαν ἐπταφωνίαν ἐν ἀντιφωνίᾳ καὶ εἰσὶν ἀνάλογοι κατ' εὐθείαν πρὸς τὰ κλάσματα τοῦ τῶν Εὐρωπαϊῶν συστήματος. Καὶ βεβαίως, ἐὰν χορδὴ τις ἀποτελουμένη ἐκ τμημάτων 90 ἤχῃ τὸν **Nη**, διαιρουμένη διὰ τοῦ 9 καὶ τοῦ πηλίκου 10 πολλαπλασιαζομένου

ἐπὶ 8, τὸ γινόμενον 80, ὅπερ εἶνε κατὰ μίαν δεκάδα ἔλασσον τῆς ἐκ τμημάτων 90 χορδῆς ταύτης, δεικνύει ἡμῖν τὴν θέσιν τοῦ **Πα**· ὥστε τοῦ **Νη** ὄντος $\frac{90}{90}$ ἢ $\frac{9}{9}$ ὁ **Πα** ἔσται $\frac{80}{90}$ ἢ $\frac{8}{9}$. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἵνα εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ **Βου**

λαμβάνομεν (κρούομεν) τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ 90 ἥτοι τὸν ἀριθμὸν 72, ἥτοι τὴν ὀλικὴν τῆς χορδῆς ἀξίαν 90 διαιροῦμεν διὰ 5, τὸ δὲ πηλίκον 18 πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 4 καὶ τὸ γινόμενον 72, ὡς εἴπομεν, θέλει δεῖξει ἡμῖν τὴν θέσιν τοῦ **Βου**. Κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν εὐρίσκει τις καὶ τοὺς ἐν τῇ προεκτεθείσῃ κλίμακι ἀριθμοὺς 67 $\frac{1}{2}$, 60, 54, 48, καὶ 45 καὶ τὰς θέσεις τῶν φθόγγων, τοὺς ὁποίους παριστάνουσιν οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι ἥτοι τῶν **Γα, Δε, Κε, Ζω, Νη**, οἵτινές εἰσιν οἱ καὶ ὑπὸ τῶν κλασμάτων $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{1}{2}$ παριστανόμενοι.

Τοιαύτη εἶνε ἡ κατὰ μῆκος χορδῆς διαίρεσις, δι' ἧς εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς χορδῆς αἱ διάφοροι θέσεις τῶν φθόγγων καὶ καθορίζονται τὰ τονικά διαστήματα (*).

Ὡς εἴπομεν ἀνωτέρω οἱ ἀριθμοὶ τῶν παλμῶν, οὓς παράγει ἡ χορδὴ κρουομένη, αὐξάνουσιν, ἐν ὅσῳ ἐλαττοῦται τὸ μῆκος τῆς χορδῆς. Ἡ κάτωθι πρώτη σειρὰ παριστᾷ τὰ διαδοχικὰ μήκη τῆς χορδῆς :

$$\frac{8}{9} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{1}{2} \quad 72$$

Ἡ δευτέρα αὕτη παριστᾷ τοὺς ἀριθμοὺς τῶν παλμῶν, οἵτινές εἰσιν ἀντίστροφοι πρὸς τὰ ἄνω μήκη καὶ βαθμηδὸν αὐξάνουσι τοὺς παλμούς.

(*) Ἐκ καθήκοντος καὶ εὐγνώμοσύνης κινούμενος ἔκρινα πρέπον νῦν ἀνομολογήσω ἐνταῦθα, ὅτι τὰς μαθηματικὰς ταύτας ἀληθείας, ἀνέπτυξέ ποτε καὶ κατέστησε καταληπτὰς ὁ μακχιράτῃ λήξει καθηγητῆς τῶν φυσικομαθηματικῶν ἐν τῇ Εὐαγγελικῇ Σχολῇ Σμύρνης ἀείμνηστος Σάββας Κεσσίσσογλους.

$$\frac{9}{8} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{15}{8} \quad \frac{2}{1} \quad 72$$

Ἰνα παραστήσωμεν δὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν παλμῶν ἐκάστου φθόγγου τῆς καθ' 72 κλίμακος βασιζόμενοι ἐπὶ τοῦ **Νη**, διαι-
 διαιροῦμεν τὰ 72 π. χ. διὰ τοῦ 8, τὸ πηλίκον πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 9. Τὸ γινόμενον αὐτῶν 81 δεικνύει ἡμῖν τὴν θέσιν τοῦ **Πα**. Τὴν θέσιν τοῦ **Βου** εὐρίσκομεν ὁμοίως διὰ τοῦ ἀριθμοῦ 90 ἥτοι διαιροῦντες τὰ 72 διὰ τοῦ 4 καὶ τὸ πηλίκον 18 πολλαπλασιάζοντες ἐπὶ 5. Πράγματι δὲ τὸ γινόμενον αὐτῶν 90 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Βου**. Οὕτω δὲ ἂν, καθ' ὑπόθεσιν, ὁ **Νη** ποιῇ παλμοὺς 72, οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάτωθι σειρᾶς ἀντιστοιχοῦσι πρὸς τοὺς ὁκτῶ φθόγγους τῆς κλίμακος :

$$\begin{array}{cccccccc} 72 & 81 & 90 & 96 & 108 & 120 & 135 & 144 \\ \mathbf{N\eta} & \mathbf{\Pi\alpha} & \mathbf{B\upsilon} & \mathbf{\Gamma\alpha} & \mathbf{\Delta\epsilon} & \mathbf{K\epsilon} & \mathbf{Z\omega} & \mathbf{N\eta} (72) \end{array}$$

Τουτέστιν ἡ χορδὴ ἢ παράγουσα τὸν **Νη** ποιεῖ 72 παλμοὺς, ἡ παράγουσα τὸν **Πα** 81, ἡ παράγουσα τὸν **Βου** 90 παλμοὺς καὶ οὕτω καθ' ἐξῆς καθ' ὅσον ἀνέρχεται ἡ φωνή, αὐξάνουσιν οἱ παλμοὶ τῆς χορδῆς.

Καὶ ἡρὴ θέλομεν ἀναπτύξει τὴν διὰ τῶν διαστημάτων τῶν τόνων μέθοδον τοῦ προσδιορίζειν τὴν φυσικὴν κλίμακα. Τὰ κάτωθι κλάσματα εἰσιν οἱ σχετικεῖ ἀριθμοί, δεικνύοντες τὰ μεταξὺ τῶν διαδόχικῶν φθόγγων τῆς κλίμακος διαστήματα ἐν τῇ Εὐρωπαϊκῇ μουσικῇ.

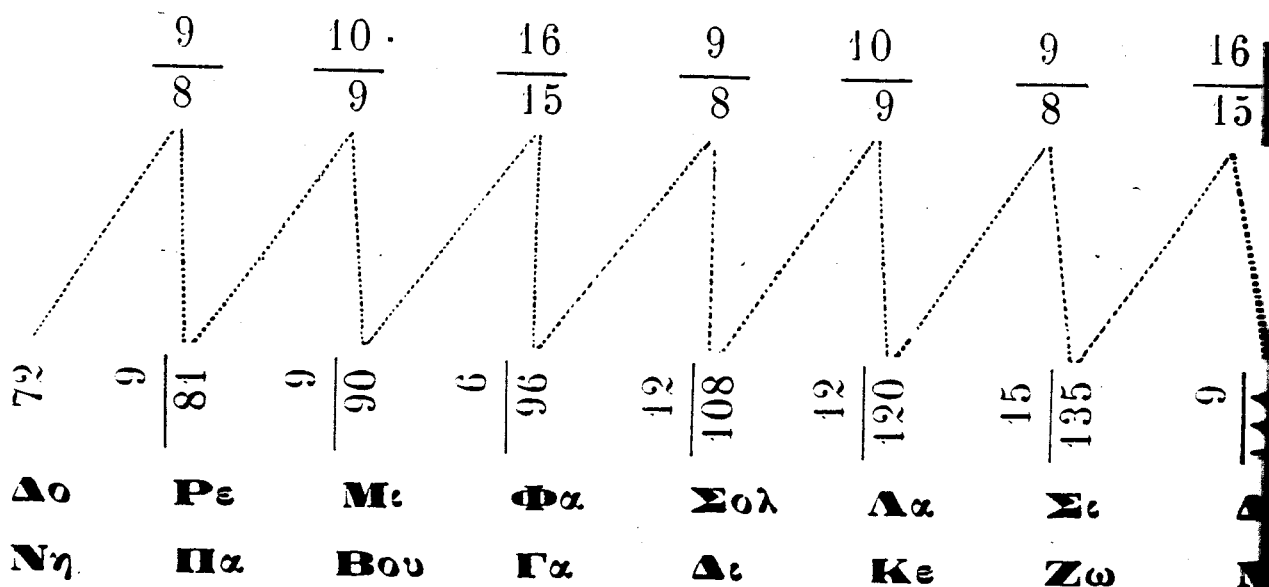
$$\begin{array}{cccccccc} \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \frac{16}{15} & \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \frac{9}{8} & \frac{16}{15} & 72. \\ \mathbf{N\eta} & \mathbf{\Pi\alpha} & \mathbf{B\upsilon} & \mathbf{\Gamma\alpha} & \mathbf{\Delta\epsilon} & \mathbf{K\epsilon} & \mathbf{Z\omega} & \mathbf{N\eta} \end{array}$$

Ὁ πρῶτος ἀριθμὸς $\frac{9}{8}$ παριστᾷ μείζονα τόνον, τὸ μεταξὺ **Νη** καὶ **Πα** εὐρισκόμενον διάστημα μὲ 12 τμημάτων ἀξίαν. Ὁ δεύτερος ἀριθμὸς $\frac{10}{9}$ παριστᾷ ἐλάσσονα τόνον(*) ἥτοι τὸ

(*) Παρ' Εὐρωπαίοις ὁ ἐλάσσων τόνος εἶνε σχεδὸν μείζων, διότι κατ' αὐ-

μεταξὺ τοῦ **Πα — Βου** διάστημα, ὅπερ εἶνε ὁ δεύτερος ἀνιῶν τόνος (μὲ 11 τμήματα καθ' ἡμᾶς), ὅστις εἶνε μικρόν τι στενότερος κατὰ μήκος τοῦ μείζονος. Ὁ τρίτος ἀριθμὸς $\frac{16}{15}$ παριστᾷ τὸν ἐλάχιστον λεγόμενον τόνον ἢ ἡμιτόνιον ἥτοι τὸ μεταξὺ **Βου — Γα** διάστημα μὲ 7 καθ' ἡμᾶς. Οὕτω καὶ οἱ λοιποὶ ἀριθμοὶ παριστῶσι κατὰ σειράν τὰ τῶν λοιπῶν τόνων διαστήματα. Διάστημα κυρίως καλεῖται ὁ λόγος φθόγγου τινὸς πρὸς τὸν ἀμέσως αὐτοῦ προηγούμενον. Σημειωτέον δὲ ὅτι καθὼς οἱ ἀριθμοὶ τῶν διαστημάτων εὐρίσκονται διὰ τῶν ἀριθμῶν τῶν παλμῶν ἐκάστου φθόγγου, οὕτω δυνάμεθα ἀντιστρέφως διὰ τῶν ἀριθμῶν τῶν διαστημάτων νὰ εὕρωμεν τοὺς ἀριθμοὺς τῶν παλμῶν ὡς καὶ τοὺς ἀριθμοὺς τοὺς παριστῶντας τὰ μήκη τῶν χορδῶν, ὡς φαίνεται κατωτέρω.

Ἡ κατὰ παλμοὺς κλίμαξ τῶν Εὐρωπαϊῶν συνταυτίζεται πρὸς τὴν κλίμακα τῶν διαστημάτων, οὕτω :



τοὺς ὁ μείζων ἔχει ἀξίαν 81 καὶ ὁ ἐλάσσων 80, οὕτως ὥστε ἡ διαφορά εἶνε

πάντη ἀσήμαντος· καὶ ἡ δοκιμὴ εἶνε :

Μείζων $\frac{81}{80}$ Ἐλάσσων.

Διαιροῦμεν τὰ 72 διὰ τοῦ 8 ($\frac{9}{8}$) καὶ τὸ πηλίκον 9 προσθέτομεν εἰς τὸ 72. τὸ δὲ γινόμενον 81 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Η**α. Διαιροῦμεν αὖθις τὸ 81 διὰ τοῦ 9 ($\frac{10}{9}$) καὶ τὸ πηλίκον 9 προσθέτομεν εἰς τὸ 81, τὸ δὲ γινόμενον 90 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Β**ου. Καὶ πάλιν τὸ 90 διαιροῦμεν διὰ τοῦ 15 ($\frac{16}{15}$) καὶ τὸ πηλίκον 6 προσθέτομεν εἰς τὸ 90, τὸ δὲ ἄθροισμα 96 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Γ**α. Διαιροῦμεν εἴτα τὰ 96 διὰ τοῦ 8 ($\frac{9}{8}$) καὶ τὸ πηλίκον 12 προσθέτομεν εἰς τὸ 96. Τὸ ἄθροισμα 108 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Δ**ε. Καὶ αὖθις διαιροῦμεν τὰ 108 διὰ τοῦ 9 ($\frac{10}{9}$) καὶ τὸ πηλίκον 12 προσθέτομεν εἰς τὸ 108. Τὸ ἄθροισμα 120 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Κ**ε. Διαιροῦμεν τέλος τὸ 120 διὰ τοῦ 8 ($\frac{9}{8}$) καὶ τὸ πηλίκον 15 προσθέτομεν εἰς τὸ 120. Τὸ ἄθροισμα 135 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ διατονικοῦ **Ξ**ω καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. "Ὅστε οἱ ἀριθμοὶ τῶν παλμῶν καὶ τοῦ μήκους τῆς χορδῆς καὶ τῶν διαστημάτων εἰσιν ἀλλήλοις σχετικώτατοι. (Ἰδε σελ. 49—51).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι'

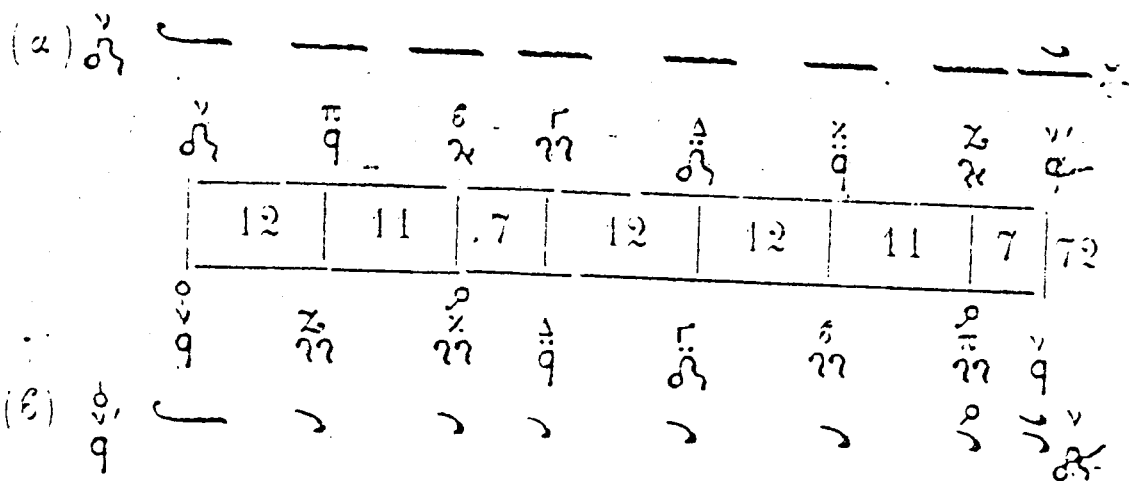
§ 13. Περὶ τῆς ἐν ἀναβάσει καὶ καταβάσει
διαφόρου ἡχητικῆς οὐσίας μιᾶς κλίμα-
κος καὶ περὶ τῆς κατὰ Γαυθέντιον κλί-
μακος τῆς ἐχούσης ἄξιον εἴκοσι
καὶ τεσσάρων ἀριθμῶν.

Ἐν τῇ κλίμακι ὃ παρατηρεῖται ὅτι ἐν ἀναβάσει τῶν φθόγ-
γων σχηματίζεται ἡχος, ὅστις ἀναλογεῖ πρὸς τὸν καθ' ἡμᾶς
πλάγιον τοῦ δ' καὶ εἶνε τὸ τῶν Εὐρωπαίων «magisore» ἐν
καταβάσει δέ, ἀνευ τᾶς ἐλαχίστης ἀλλαγῆς τῶν τονικῶν δια-
στημάτων, παρουσιάζεται ἕτερος ἡχος ἀνάλογος πρὸς τὸν τῶν
Εὐρωπαίων «minore», ὅστις καθ' ἡμᾶς εἶνε πλάγιος τοῦ α'.


ΜΙΡΑΝΑ ΜΙΡΑΝΗΙΔΟΥ—ΝΕΟΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΝ

Τοῦτο προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι, δι' ὧν τόνων γίνεται ἡ κατά-
 βασις, διὰ τῶν αὐτῶν τελεῖται καὶ ἡ ἀνάβασις, ἥτοι καὶ ἐν
 ἀναβάσει διὰ δύο μειζόνων τόνων καὶ ἐνὸς ἡμιτονίου, εἴτα τριῶν
 μειζόνων καὶ ἐνὸς ἡμιτονίου, καὶ ἐν καταβάσει ἀπαραλλάκτως
 διὰ δύο πάλιν μειζόνων τόνων καὶ ἐνὸς ἡμιτονίου, εἴτα τριῶν
 μειζόνων καὶ ἐνὸς ἡμιτονίου, ὡς φαίνεται ἐν τῇ κατωτέρῳ
 κλίμακι.

Ἡ παρούσα κλίμαξ ἐν ἀναβάσει παρουσιάζει ἦχον πλάγιον
 τοῦ δ', ἐν δὲ καταβάσει πλάγιον τοῦ α' (ὡς τὸ τῶν Εὐρωπαϊκῶν
 maggiore—minore).

(α) 

12	11	7	12	12	11	7	72
----	----	---	----	----	----	---	----

(β) 

9	7	7	9	7	7	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---

- (α) Ἐντεῦθεν ἡ ἀνάβασις ἦχος πλ. τοῦ δ'.
 (β) Ἐντεῦθεν καὶ κατάβασις ἦχος πλ. τοῦ α'.
 } Μυστήρια τῆς μουσικῆς κλίμακος.

Ἡ πορεία τῆς ἀνωτέρω κλίμακος εἶνε κατὰ μίμησιν τοῦ
 πρώτου τετραχόρδου, διότι καὶ τὸ δεύτερον τετράχορδον ἔχει
 τὴν ἰδίαν διαίρεσιν. Ἐχει δὲ πορείαν κατ' Ἐκκλησιαστικὴν
 μουσικὴν. Κατὰ δὲ Εὐρωπαϊκὴν παρουσιάζεται κατὰ μῆκος
 χορδῆς ποιαύτη, οἷα ὑπάρχει καὶ ἐν τοῖς ἐγχόρδοις ὀργάνοις
 συσφίγγουσα βαθμηδὸν τὰ διαστήματα οὕτω :

(α)	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$
(β)	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$
(γ)	16	8	12	12	6	10	8	72	
(δ)	9	9	6	12	12	15	9	72	
	24			24			24		
(γ)	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$
(δ)	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$	$\frac{\pi}{q}$	$\frac{\sigma}{q}$	$\frac{\gamma}{q}$

- (α) Ἐντεῦθεν ἡ ἀνάβασις $\frac{\pi}{q}$ καὶ πλ. $\frac{\pi}{q}$
 (β) Ἐντεῦθεν καὶ ἡ κατὰβασις μικτὴ μετὰ α' καὶ πλ. δ'.
 (Μυστήρια τῆς μουσικῆς κλίμακος).
 (γ) Ἐντεῦθεν ἡ ἀνάβασις «ματζόρε» πλ. δ'.
 (δ) Ἐντεῦθεν καὶ κατὰβασις «μυόρε» πλ. α'.

Καὶ ἡδὴ ἂς εἴπωμέν τινα περὶ τῆς κατὰ Γαυδέντιον κλίμακος τῆς ἐχούσης ἀξίαν 24 ἀριθμούς.

Ὁ Γαυδέντιος περὶ τούτου δίδει ἡμῖν τὸν ἐξῆς κανόνα :

«Λόγοι εἰσὶν ἐν ἀριθμοῖς εὐρημένοι τῶν συμφωνιῶν καὶ δοκιμασθέντες ἀκριβῶς πάντα τρόπον, τῆς μὲν Διατεσσάρων
 » Ἐπίτριτον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 18. Τῆς δὲ Διαπέντε
 » ἡμιόλιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 16. Τῆς δὲ Διαπασῶν δι-
 » πλάσιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 12. Τῆς δὲ Διαπασῶν τε
 » ἄμα καὶ Διατεσσάρων διπλασιεπιτέριον, ὃν ἔχει τὰ 24

(*) Οἱ ἀριθμοὶ 16, 8, 12 κτλ. πηγάζουσιν ἐκ τῶν διαστηματικῶν ἀριθμῶν τῆς κατὰ μῆκος χορδῆς μουσικῆς κλίμακος 144, 128, 120 κατὰ τὸν διπλασιασμόν τῶν Διαπασῶν (Ἴδε τὰς κλίμακας τοῦ Πυθαγ. καὶ Εὐρωπίων κατωτέρω).

»πρὸς τὰ 9. Καὶ τῆς μὲν Διαπασῶν τε ἅμα καὶ Διαπέντε Τρι-
»πλάσιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 8. Τῆς δὲ δις Διαπασῶν
»Τετραπλάσιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 16» (*).

Ἰνα ἐννοήσῃ τις τὸ «τῆς μὲν Διατεσσάρων Ἐπίτριτον, ὃν
ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 18» δεῖν νὰ λάβῃ ἑγχορδὸν τι ὄργανον, ὅπερ
νὰ κρατήσῃ κατὰ κάθετον στάσιν καὶ ἐπὶ τῆς ἄνω ἁκρας τῆς
»χορδῆς αὐτοῦ, ὁπλὰ δὴ τῆς χειρὶδος, νὰ θέσῃ **A** (ὡς φαίνεται
ἐπὶ τῆς χορδῆς τοῦ Γαυδεντίου· ἴδε αὐτήν). Ἐπὶ τοῦ χαμηλοῦ
δὲ ζυγοῦ τοῦ ἐπὶ τοῦ σκάφους τοῦ ὄργάνου, ἐφ' οὗ λήγει ἡ
χορδὴ χαμηλὰ νὰ γράψῃ **B** μὲ ἀριθμὸν 1. Ἀπὸ τοῦ εἰρημένου
A μέχρι τοῦ **B** νὰ χαράξῃ 24 ἀναλόγους γραμμάς, καὶ ἐπὶ
τοῦ ἀνωτέρω παρὰ τῷ **A** ἁκρου νὰ γράψῃ τὸν ἀρκτικὸν ρόθγ-
γον **Κε**, ἐπίσης δὲ καὶ τὸν ἀριθμὸν 24. Ἄς διαιρεθῇ κατόπιν
ἡ χορδὴ εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη καὶ εἰς τὴν πρώτην καὶ ἄνω διαί-
ρεσιν, ἐνθα γράφεται ὁ ἀριθμὸς 18, νὰ γράψῃ **Γ**. Ἀπὸ τοῦ **Γ**
λοιπὸν μέχρι τοῦ **B** ἢ ἀπὸ τοῦ **B** ἕως τοῦ **Γ** 18 ἔσονται αἱ
γραμμαὶ αἱ ἀνάλογοι. Τοῦτο δὲ τὸ διάστημα τῆς χορδῆς ἔχει
τὸ Διατεσσάρων (**Κε** (ζω-νη) **Κα**· ἦτοι ἂν τὸ **A B** ἔχῃ τὸν
Κε, τὸ **Γ B** (18 γραμμαὶ ἢ τμήματα) ἔχει τὸν **Κα**. Τὸ
σημεῖον **Γ** ὀνομάζεται ὡσαύτως καὶ Ἐπίτριτον, διότι ἀπ'
αὐτοῦ μέχρι τοῦ **B** (τοῦ τέλους τῆς χορδῆς) ὑπαρχουσὼν τριῶν
ἀκόμη ἀναλόγων διαιρέσεων (ἀνὰ 8 τμήματα), τὸ πρῶτον
ἀνωθεν ἀφαιρεθὲν καὶ εἰς τὸ **Γ** λήγον μέρος κεῖται ἐπὶ τριῶν,
διὰ τοῦτο λέγεται Ἐπίτριτον (**Κε**—**Κα**). Καὶ Διατεσσά-
ρων δὲ λέγει αὐτὸ ὁ Γαυδέντιος, διότι τοῦτο εὑρίσκεται ἐντὸς
τῆς τετάρτης διαιρέσεως ἀπὸ τοῦ **B** ἕως τοῦ **A**.

Δεύτερον ἐξηγοῦμεν τὸ «Τῆς διὰ Διαπέντε ἡμιόλιον, ὃν
ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 16».

Αἱ ρηθεῖσαι 24 γραμμαὶ ἄς διαιρεθῶσιν εἰς 3 ἴσα μέρη,
ἀνὰ 8, ἀπὸ δὲ τοῦ **A** ἄς ἀφαιρεθῇ τὸ πρῶτον τρίτον ἦτοι 8.

(*) Πίστις τὰς διαιρέσεις ταύτας ἔχουσιν οἱ Εὐρωπαῖοι, λαβόντες αὐτάς
παρὰ τῶν ἰοναίων Ἑλλήνων.

τμήματα, καὶ ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τῶν ὑπολειπομένων 16 τμημάτων ἄς τεθῇ **Θ**. Ἐν τῷ σημείῳ τούτῳ χρονομένη ἡ χορδὴ ἔχει τὸν **Βου**, ὅπερ εἶνε Διαπέντε, διότι ἔχομεν **Κε, Ζω, Νη, Ηχ, Βου**. Ἐκλήθη δὲ τοῦτο ἡμιόλιον (ὅλον καὶ ἡμισυ) διότι ἀπὸ τοῦ **Β** μέχρι τοῦ **Θ** εἶνε δύο τρίτα τῆς χορδῆς ἥτοι 16 γραμμαί, τοῦθ' ὅπερ ὀνομάζεται ὅλον, καὶ ἀπὸ τοῦ **Θ** μέχρι τοῦ **Α** ἐν τρίτον τῆς χορδῆς, ἥτοι 8 γραμμαί, ὅπερ ἡμισυ τοῦ προηγουμένου. Ἐκ τοῦ ὅλου λοιπὸν καὶ ἡμίσεος ἐγένετο ἡ λέξις ἡμιόλιον, ἥτις γράφεται ἐν τῷ μέρει τούτῳ τῆς χορδῆς. Τρίτον ἐξηγοῦμεν τὸ «τῆς δὲ Διαπασῶν Διπλάσιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 12».

Ἡ χορδὴ νῦν διαιρεθήσεται εἰς δύο μόνον ἴσα μέρη ἥτοι ἀνὰ 12 ἕκαστον. Ἀπὸ τοῦ **Α** μέχρι τοῦ δωδεκάτου τμήματος, ὅπερ σημειοῦμεν διὰ τοῦ **Δ** καὶ εἶνε τὸ ἡμισυ τῆς ὅλης χορδῆς, διότι ἐκεῖ εἶνε ἐπτάφωνος ἀντιφωνία, ἡ χορδὴ ἔχει τὸν ὑψηλὸν **Κε**, ἥτοι τοῦ **Α Β** ἔχοντος τὸν χαμηλὸν **Κε**, ὡς εἶπομεν ἥδη, τὸ **Δ Β** ἥτοι ἡ ἡμίσεια χορδὴ ἔχει τὸν ὑψηλὸν **Κε**, ὥστε ἔχομεν Διπασῶν. Ὀνομάσθη δὲ τοῦτο Διπλάσιον, διότι ἐπὶ τῆς χορδῆς ὑπαρχόντων δύο ὁλοκλήρων Διαπασῶν ἀνὰ 12, ἐδιπλασιάσθη οὕτως εἶπειν αὕτη.

Τέταρτον: «Τῆς δὲ Διαπασῶν τε ἅμα καὶ Διατεσσάρων Διπλασιεπιδέμοιρον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 9». τοῦτέστι κε' πα'' ὑψηλότατον. Ἐν πρώτοις εἰρήσθω ὅτι, ληξάσης τῆς πρώτης Διαπασῶν, τὸ ἐπίλοιπον τῆς χορδῆς καλεῖται Διπλάσιον. Ἀπὸ τοῦ Διπλασίου τούτου (ἀπὸ τοῦ σημείου **Δ**) ἀρχεῖται ἡ ὀξεία δευτέρα Διαπασῶν, ἥς τὸ μῆκος εἶνε τὸ ἡμισυ τῆς Βαρείας Διαπασῶν **Α Δ**, διότι αὕτη δὲν ἐκτείνεται μέχρι τοῦ **Β**, ἀλλ' ἀπὸ τοῦ **Δ** βαίνει μόνον μέχρι τοῦ **Ε** ἥτοι ἀντὶ 12 γραμμῶν περιέχει 6 τοιαύτας. Σύναμα δὲ καὶ τὰ τονικὰ διαστήματα τῆς ὀξείας Διαπασῶν, καίτοι κατὰ φωνὴν εἶνε ὁμοια πρὸς τὰ τῆς Βαρείας κατὰ μῆκος εἰσι τὰ ἡμίση. Οὕτω, τὸ Διατεσσάρων τῆς Δευτέρας Διαπασῶν (τῆς ὀξείας ὀθλονότι) ἔχον ἐπ' αὐτοῦ προηγηθεῖσαν ὁλόκληρον τὴν Βαρεῖαν καὶ πρῶ-

τὴν Διαπασῶν ἐκλήθη Διαπασῶν τε ἅμα καὶ Διατεσσάρων.
 "Ὅσον ἀφορᾷ τὴν ὀνομασίαν τοῦ Γαυθεντίου **Διπλασιεπιδίμοιρον**, λέγομεν ὅτι τοῦ Διατεσσάρων διπλασιασθέντος ἤδη ἐν τῇ 6' Διαπασῶν καὶ τοῦ διπλασιάζοντος 6' Διατεσσάρων κειμένου ἐπὶ δευτέρας μοῖρας ἔκρινε κατάλληλον ὁ Μουσικογράφος τὸ ὄνομα **Διπλασιεπιδίμοιρον**. Ἄν διαιρεθῇ τὸ **Δ Ε** εἰς δύο ἴσα μέρη καὶ ἐπὶ τοῦ μέσου τεθῇ **Ζ**, τὸ σημεῖον τοῦτο εὔρηται ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ 9. Ἡ χορδὴ ἐνταῦθα ἔχει τὸν ὑψηλὸν **Ηα** ἥτοι Διαπασῶν καὶ διὰ τεσσάρων **Ηα** (ὑψηλὸν) **Κε** **Σω** **Νη** **Ηα**. Καὶ οὕτω ἐννοεῖ τις τὸ «ὄν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 9», διότι τῆς ὅλης χορδῆς οὗτης 24 γραμμ., ἵνα ἡχηθῇ ὁ ὑψηλὸς **Ηα**, δεῖον νὰ κρουσθῇ ἡ χορδὴ ἐπὶ τῆς ἐνάτης γραμμῆς ἀπὸ τοῦ **Σ** ἕως τοῦ **Β**, ὅπερ ὀνομάζεται καὶ **Διπλασιεπιδίμοιρον**. Τοῦτο δὲ εἶνε τὸ **Διατεσσάρων** τῆς δις Διαπασῶν κατὰ τὸ ἥμισυ μῆκος ἥτοι **Κε** ὑψηλόν, **Ηα** ὑψηλότερον.

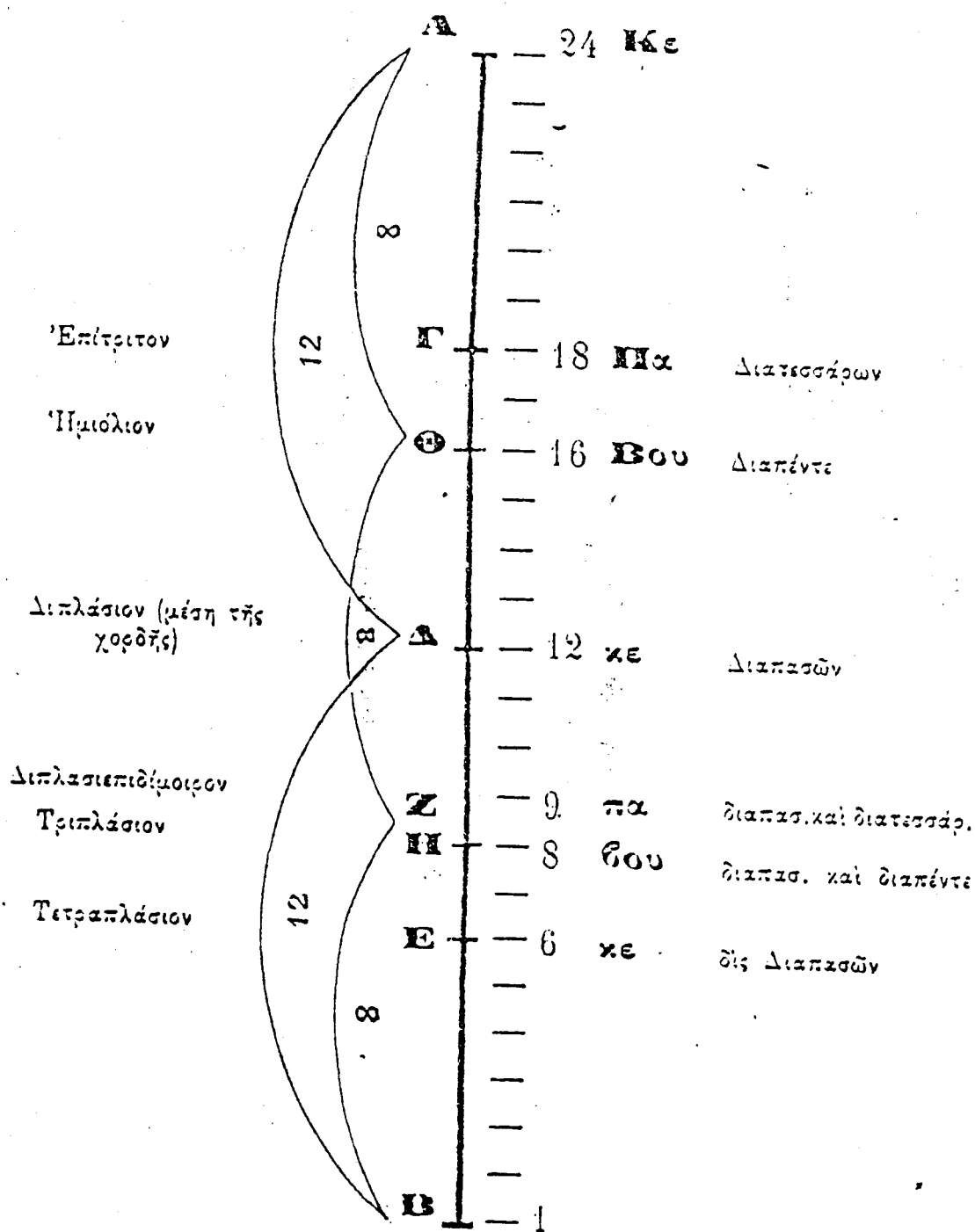
Ἠέμπτον, τὸ «**Καὶ τῆς μὲν Διαπασῶν τε ἅμα καὶ Διαπέντε Τριπλάσιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 8**». Ἄν διττημένης οὗτης τῆς χορδῆς εἰς 24 γραμμάς, ὑποθέσωμεν αὐτὴν ἐπαναδιττημένην καὶ εἰς τρία ἴσα μέρη ἐξ ὀκτὼ γραμμῶν καὶ λάβωμεν ἡ ἀφαιρέσωμεν τὸ ὑπὸ τοῦ **Β** σημείου τῆς χορδῆς πρῶτον τρίτον, θέλωμεν εὔρεθῇ ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ 8 βεβαίως, ἐνθα θέτομεν τὸ **Η**. Τὸ **Η** ἔχει τὸν (ὑψηλόν) **Βου** ἥτοι τὸ ὑψηλόν Διαπέντε, ὅπερ ὀνομάσθη πάλιν Διαπασῶν τε ἅμα καὶ Διαπέντε, διότι ἀνῆλκον εἰς τὴν 6' Διαπασῶν ἔχει ἐφ' ἑαυτοῦ προηγηθεῖσαν τὴν α'. Καὶ λοιπὸν ἐννοοῦμεν ἤδη τὸ «ὄν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 8».

Τέλος δὲ τὸ «**Τῆς δὲ δις Διαπασῶν Τετραπλάσιον, ὃν ἔχει τὰ 24 πρὸς τὰ 6**» ἥτοι ὁ ἀνώτατος **Κε**.

Νῦν ἡ χορδὴ διττῆται εἰς 4 ἴσα μέρη ἐξ 6 γραμμῶν ἑκαστον. Ἀφαιροῦμεν ἐν τέταρτον ἀπὸ τοῦ **Β** ἢ τρία τέταρτα ἀπὸ τοῦ **Α** σημείου τῆς χορδῆς καὶ εὕρισκόμεθα οὕτω ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ 6, ἐνθα θέτομεν **Ε**. Ἐπὶ τοῦ σημείου τούτου κρουσμένη ἡ χορδὴ ἔχει τὸν ἀνώτατον **Κε** ἥτοι ἔχομεν δις Διαπασῶν.

Ὀνομάσθη δὲ τετραπλάσιον, διότι εἰς 4 μέρη διηρέθη ἡ χορδή ἀπὸ τοῦ **A** εἰς **Γ A E B**.

Τὰς ἐξηγήσεις ταύτας καθιστῶμεν καταληπτὰς διὰ τοῦ σχεδίου τούτου τῆς χορδῆς :



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ'

§ 16. Ἑτέρα ἀπόδειξις ὅτι ἡ κλίμαξ ἔχει
ἀξίαν 72 τμημάτων διὰ τῆς καὶ καθ'
ἡμιόλιον διαιρέσεως τῆς ὅλης χορ-
δῆς με ἐννέα ἐπογῶδους καλου-
μένους τόνους.

Ἐλέχθη ἐν τοῖς πρόσθεν ὅτι ἡ χορδὴ ἀρχικῶς ὑπὸ τοῦ
Πυθαγόρου εἶχε διαιρεθῇ εἰς 108 μικρὰ καὶ ἀνάλογα τμήματα.
Ἐάν λοιπὸν διαιρέσωμεν τὴν αὐτὴν χορδὴν εἰς τρία ἴσα μέρη
διὰ τοῦ διαβήτου, ὡς φαίνεται ἐν τῷ κάτωθι σχεδίῳ, ἕκαστον
μέρος θέλει περιλαμβάνει 36 τμήματα ($36 \times 3 = 108$). Ἴνα
ἡχοθῇ ἡ α' Διαπασωνικὴ ἀντιφωνία, δεόν νά θιγῇ ἡ χορδὴ
πατουμένη εἰς τὰ δύο τρίτα τῆς χορδῆς, ὁῦτα δὲ εἰς τὸ διά-
στημα **Α Γ**. Τότε τὰ δύο τρίτα ἀνὰ 36 δίδουσιν ἄθροισμα 72
καὶ ἦχον βαρεῖαν ὀκταφωνίαν, τὸ δὲ τελευταῖον τρίτον μέρος
Γ Α ἐκ 36 τμημάτων ἡχεῖ τὴν ὀξεῖαν ἀντιφωνίαν. Ὡστε καὶ
τοῦτο τυγχάνει ἡμῶν ἑτέρα ἀπόδειξις περὶ τοῦ ὅτι ἡ πραγμα-
τικὴ ἀξία τῆς Διαπασωνικῆς ἀντιφωνίας εἶνε 72 τμήματα. Δύ-
ναται τις δ' εὐχερῶς νά πεισθῇ περὶ τῆς ἀληθείας, ἂν ἐκτε-
λέσῃ τὸ ἄλλως τε εὐκόλον τοῦτο πείραμα ἐπὶ τῆς χορδῆς ἐνὸς
ὀργάνου, ἐκ προτιμήσεως τῆς κιθάρας ἢ σιασδῆποτε χορδῆς.
Προσθέτομεν ὅτι ἐκ τῶν 9 μερῶν (ἐκ 12 τμημάτων ἕκαστον),
εἰς ἃ διήρесе κατόπιν ὁ Πυθαγόρας τὴν χορδὴν ($9 \times 12 = 108$),
τὰ 6 μέρη ἡχοῦσι τὴν βαρεῖαν Διαπασῶν ὡς ἐπείσθημεν ἐκ
πειραμάτων. Ὡστε ἔχομεν πάλιν τὴν αὐτὴν ἀπόδειξιν, ὡς
 $6 \times 12 = 72$. Καὶ ὑπάρχει μὲν διαφορὰ ὅτι στερεῖται ἡμιτο-
νίων, ἀλλ' ὕστερον ἔδοσαν οἱ ἀρχαῖοι καὶ ἡμιτόνια ἐπιστημο-
νικῶς βασιθεύοντες (Ἰδε περὶ τούτου Εὐκλείδην).

φωνία υπάρχει μεταξύ τῆς κλίμακος τοῦ Γαυθεντίου καὶ τῆς διαιρέσεως τοῦ ἡμερονοχτίου μετὰ τῶν λεπτῶν τῶν 24 ὥρων

Προσλαμβ. Κυριακὴ	Ἰκε			ὥρ. 0	Μεσονύχτιον.
Μεζολύδιος Δευτέρα	Ζω	24	16	ὥρ. 5 λ. 20	ω
Λύδιος Τρίτη	Νη	36	8	ὥρ. 2 λ. 40	ωρ. 5 λ'. 20 Πρόμ. μεσ.
Φρύγιος Τετάρτη	Ξη	24	12	ὥρ. 4	ωρ. 8 Πρόμ. μεσ.
Δώριος Πέμπτη	Βου	36	12	ὥρ. 4	ωρ. 12 Μεσημ. 6.
ὑπολύδιος Παρασκευὴ	Γα	24	6	ὥρ. 2	ωρ. 4 Μ. Μεσ.
ὑποφρύγ. Σάββατον	Δε		10	ὥρ. 3 λ. 20	ωρ. 6 Μ. Μεσ.
ὑποδώρ. Κυριακὴ	Ἰκε		8	ὥρ. 2 λ. 40	ωρ. 9 λ'. 20 Μ. Μεσ.
		72	24		ωρ. 12 Μεσονύχτιον.

Ἐκ τούτων δέον ἕκαστος νὰ σκεφθῇ ὅτι ἡ Μουσικὴ δὲν εἶνε ἀπλὴ μόνον ἀρθρωσις ἐνὸς πα, βου, γα, δε κτλ., ἀλλὰ τυγχάνει καὶ μετ' αὐτῆς τῆς φύσεως στενωῶς συνδεδεμένη. Καὶ πρὸς εὐχερεστέραν κατάληψιν τῶν ἄνω παραθέτομεν τοὺς

(*) Αἱ 8 ὥραι ἐπειδὴ δὲν διαιροῦνται εἰς τρία ἴσα μέρη, ὡς ἐκ τούτου τὰς ὥρας χάμνομεν λεπτά. Αἱ τρεῖς διαιρέσεις ἀνὰ 8 ὥρας χάμνουσιν ὥρας 24 καὶ αἱ 24 ὥραι χάμνουσι λεπτά 1440 (ἴδε αὐτὸν τὸν ἀριθμὸν 1440 εἰς σελ. 48 Β' Μέρους ἐν ταῖς ἀριθ. τῶν κατὰ μῆκος χορδῆς Διαπασων. ἀριθμῶν 72 ὥστε καὶ ἐνταῦθα μαρτυρεῖται ἡ σχέσις καὶ ἡ ἀναλογία τῆς Διαπα- 1440 σωνικῆς ἀξίως τοῦ 72 μὲ τὸ 24), ἅτινα διαιρούμενα εἰς τρία μέρη, ἀναλογοῦσι δι' ἑκάστην διαίρεσιν λεπτά 480. Εἰς τὸν α' τόνον ἀναλογοῦσι λεπτά 320 εἰς τὸν β' 160, τοῦτέστι 5 ὥραι καὶ λ. 20—καὶ 2 ὥραι λ. 40,

ἀριθμοὺς μετὰ τὴν ἀκριβῆ ἐξέτασιν τῶν ὁποίων οὐδεὶς δύναται
να ἀμφιβάλλῃ περὶ τῆς ἀκριβείας τῶν λεγομένων ἡμῶν. Οἱ
ἀριθμοὶ τῶν τονικῶν διαστημάτων τῶν ἀρχαίων (οἱ ὑπὸ τοῦ
Πυθαγόρου τὸ πρῶτον ὀρισθέντες) δεικνύουσιν ἡμῖν ὡς ἀντα-
ποκρινόμενον ἀριθμὸν πρὸς τὸν **Κε**, τὸν 9216
ὡς γράφει καὶ ὁ Χρυσάνθος ἐν σελ. 95 καὶ 96.

Ἀφαιρεῖται μία Διαπασῶν ἦτοι τὸ ἥμισυ	4608
» » » εἰσέτι (ἥμισυ)	2304
» » » » (»)	1152
» » » » (»)	576
» » » » (»)	288
» » » » (»)	144
» » » » (»)	72

Οὕτω λοιπὸν καταδεικνύεται ὅτι τὸ 72, ὅπερ εἶνε ἡ ἀξία
τῆς μιᾶς Διαπασῶν ἐκπηγάζει ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ 9216, ὅστις
ὀρίσθη ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου πρὸς παράστασιν τοῦ πρώτου φθόγ-
γου τῆς χορδῆς. ἦτοι τοῦ **Κε** (ἴδε σελ. 48 Β' Μέρους) καὶ
ἄλλων τῶν ἄλλων φθόγγων.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον βαίνουνσι καὶ οἱ τονικοὶ ἀριθμοὶ 72
τῆς προηγηθείσης κλίμακος, ἦτοι τὸ 16 τοῦ **Κε Ζω**, τὸ 8
τοῦ **Ζω Νη**, τὸ 12 τοῦ **Νη Πα**, τὸ 12 τοῦ **Πα Ρου**, τὸ 6
τοῦ **Ρου Γα**, τὸ 10 τοῦ **Γα Δε**, καὶ τὸ 8 τοῦ **Δε Κε**. Τὸ
ἅλιν 72, ἀκριβῆς Διαπασωνικὴ ἀντιφωνία. Τὰ 72 διαιροῦνται
εἰς τρία ἴσα μέρη ἀνά 24 ($3 \times 24 = 72$). Ἐνταῦθα ἡ σχέσις
τοῦ 24 καὶ τοῦ 72 ἀποδεικνύεται διὰ τοῦ 8 ($8 \times 9 = 72$,
 $8 \times 3 = 24$, $3 \times 24 = 72$). Ὅστε κατ' ἐφαρμογὴν ἐπὶ τῆς διαι-
ρέσεως τῆς κλίμακος τοῦ 72 διαιροῦμεν καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν
24 ὥρων τοῦ ἡμερονυχτίου, (τοῦ) ὅπερ εἶνε τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ 72) ὡς
βλέπει ὁ ἀναγνώστης τὸ τοῦ 72 πρῶτον τρίτον 24, ἔχει τὰ δύο
τρίτα αὐτοῦ 16 ἀντίστοιχα πρὸς τὰς 5 ὥρ. λ', 20, τὸ ἔπεσον

τρίτον τοῦ 24, 8, ἀντιστοιχόν πρὸς τὰς 2 ὥρ. λ'. 40, οὕτως
 ὥστε $16 + 8 = 24$ καὶ 5 ὥραι λ'. $20 + 2$ ὥρ. λ'. $40 = 8$ ὥραι.
 ἦτοι $\frac{1}{3}$ τοῦ 24. Εἶτα τὸ διάστημα **Νη—Πα** 12 τμημάτων
 ἀντιστοιχεῖ πρὸς 4 ὥρας (πάλιν $3 \times 4 = 12$ ἦτοι αἱ ὥραι τὸ $\frac{1}{3}$
 τῶν τονικῶν διαστημάτων). Κατόπιν τὸ τονικὸν διάστημα
Πα—Βου 12 τμήματα ἀντιστοιχεῖ καὶ πάλιν πρὸς 4 ὥρας
 ἦτοι τὸ $\frac{1}{3}$, τὸ διάστημα **Βου—Γα** (6 τμήματα ἀντιστοιχεῖ
 πρὸς 2 ὥρας ($2 \times 3 = 6$ ἦτοι τὸ ἐν τρίτον), τὸ τονικὸν διάστημα
Γα—Δι ἐκ τμημάτων 10 ἀντιστοιχεῖ πρὸς 3 ὥρ. λ'. 20
 (3×3 ὥρ. 20 λ'. = 10 ὥραι), καὶ τέλος τὸ διάστημα **Δι—**
Κε ἐκ τμημάτων 8 ἀντιστοιχεῖ πρὸς 2 ὥρ. 40 λ'. Οὕτως
 ὥστε ἡ α'. διαίρεσις τῶν ὥρῶν 5 ὥρ. 20 λ'. καὶ 2 ὥρ. 40 λ'.
 σύμφωνος πρὸς τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν τονικῶν διαστημάτων 24, διότι 5
 ὥρ. 20 λ'. + 2 ὥρ. 40 λ'. = 8. $3 \times 8 = 24$. Ἡ β'. διαίρεσις
 τῶν ὥρῶν 4 καὶ 4 σύμφωνος πρὸς τὸ $\frac{1}{3}$ πάλιν τῶν τονικῶν
 διαστημάτων 24, διότι 4 ὥρ. + 4 ὥρ. = 8 ὥρ. $3 \times 8 = 24$. ἡ
 γ'. διαίρεσις τῶν τονικῶν διαστημάτων $6 + 10 + 8 = 24$, διότι
 2 ὥρ. + 3 ὥρ. 20 λ'. + 2 ὥρ. 40 λ'. = 8 $3 \times 8 = 24$.

Οὕτως ὥστε ἔχομεν τὸν ἑξῆς πῖνακα :

Κε Ζω	5 ὥρ. 20 λ'. $\times 3 = 16$
Ζω Νη	2 » 40 » $\times 3 = 8$
Νη Πα	4 » 0 » $\times 3 = 12$
Πα Βου	4 » 0 » $\times 3 = 12$
Βου Γα	2 » 0 » $\times 3 = 6$
Γα Δι	3 » 20 » $\times 3 = 10$
Δι Κε	2 » 40 » $\times 3 = 8$
	<hr/>
	24 ὥρ. 0
	72 (72 = 24)

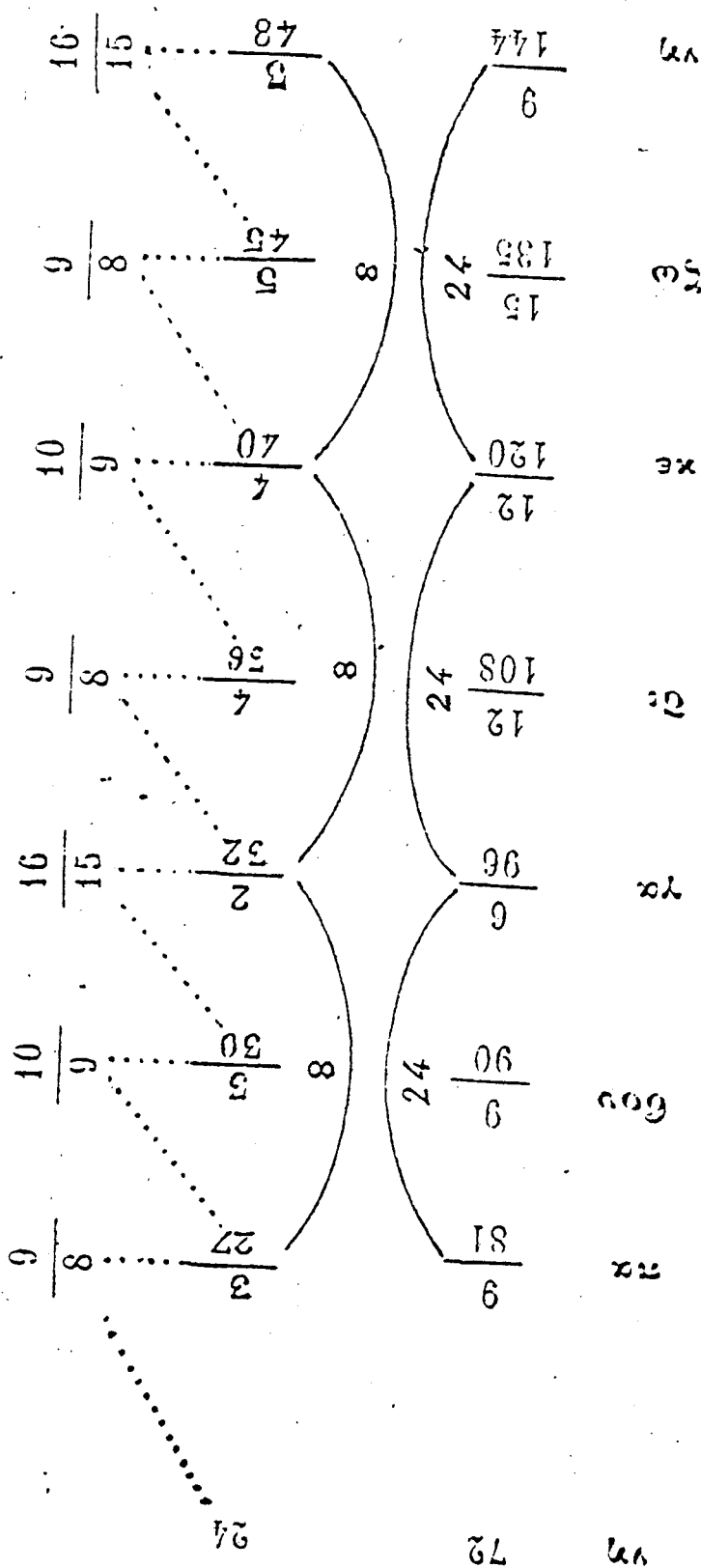
Ἐν ἐνὶ λόγῳ τὰ 72 τῆς διαιρέσεως τῶν ἀρχαίων διαιρού-
 μενα διὰ τοῦ 3 δίδουν πηλίκον 24, ὅπερ εἶνε ἡ διαίρεσις τῆς
 μουσικῆς κλίμακος ὑπὸ τοῦ Γαυδεντίου καὶ ἡ διαίρεσις ἡ φυσικῇ

Οἱ ἐν τῇ ἀριστερᾷ πλευρᾷ ἐκτὸς τῆς κλίμακος εἰσινόμενοι ἀριθμοὶ 144, 128, 120 κ.τ.λ. πηγάζουσι κατ' εὐθείαν ἐκ τῶν ἀριθμῶν 9216, 8192, 7680 καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς κατ' ἄλλους παλλήλους ἀφαιρέσεις ἢ καὶ προσθέσεις τῶν τελευταίων τούτων ἀριθμῶν, οὕτως ὥστε ὁ 144 νὰ φθάσῃ μέχρι τοῦ 9216 (φθόγγος **Κε**), ὁ δὲ 128 νὰ φθάσῃ μέχρι τοῦ 8192 (φθόγγος **Ζω**), ὁ 120 νὰ φθάσῃ τὸν 7680 (φθόγγον **Νη**) καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Οἱ ἐντὸς τῆς κλίμακος (τῆς ἀριστερᾶς) ἀριθμοὶ σημαίνουν τὸ διάστημα τῶν τονικῶν φθόγγων καὶ τῶν ἀριθμῶν 144, 128 120 (*), διότι ἀπὸ τοῦ 144 μέχρι τοῦ 128 ἀπαιτοῦνται ἀριθμοὶ 16, ἀπὸ τοῦ 128 μέχρι τοῦ 120 ἀπαιτοῦνται 8 καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἐν τούτοις ἐν ταῖς ἄνω κλίμαξι διαιρέσεις τινὲς τοῦ Πυθαγόρου (εἰς τὰ δεξιὰ) εἰσι διάφοροι πρὸς τὰς τῶν Εὐρωπαίων λ. χ. ὁ φθόγγος **Γα—Τη** (ἥτοι καθ' ἡμᾶς **Ζω—Νη**) ἐν μὲν τῇ Πυθαγορείῳ διαιρέσει σημειοῦται διὰ τοῦ 7776, ἐν δὲ τῇ τῶν Εὐρωπαίων 7680. Ὡσαύτως ἐν τῷ 6^ῳ τετραγώνῳ καὶ ἐν τῷ φθόγγῳ **Γα—Τη** (καθ' ἡμᾶς **Βου—Γα**) ἡ Πυθαγορείος διαιρέσις δεικνύει τὸν ἀριθμὸν 5832, ἡ δὲ τῶν Εὐρωπαίων 5760. Ἐν τῷ φθόγγῳ **Τη—Τω** (καθ' ἡμᾶς **Γα—Δε**) ἐν τῇ προτελευταίᾳ τονικῇ διαιρέσει (ἡ τοῦ Πυθαγόρου) δεικνύει τὸν ἀριθ. 5184, ἡ δὲ ἐν ἀριστερᾷ (ἡ τῶν Εὐρωπαίων) 5120. Τινες ἀριθμοὶ εἰσιν ἐνταῦθα οἱ ἑρρότεροι; Ἡ ἰσότης τῶν τριῶν ἀλλεπαλλήλων διαιρέσεων ἀνὰ 24 ἐν τοῖς τονικοῖς διαστήμασιν ἀποδεικνύει ἑρροτέραν τὴν κατάταξιν τῶν ἀριθμῶν τῆς Εὐρωπαϊκῆς κλίμακος. Ἀρκεῖ νὰ ρίψῃ τις βλέμμα ἐπὶ ἑκατέρας τῶν πλευρῶν τῶν δύο τούτων παραλληλιστικῶν κλιμάκων, ὅπως σχηματίσῃ ἰδέαν ἑρρότην περὶ τῆς ἀκριβείας τῆς μιᾶς καὶ τῆς ἐλαττωματικότητος τῆς ἄλλης. Διότι ἐν τῇ ἀριστερᾷ πλευρᾷ ἔχομεν τρία ἴσα μέρη ἐξ εἰκοσιτεσσάρων ἑκαστον ($3 \times 24 = 72$), ἐν δὲ τῇ δεξιᾷ (τοῦ Πυθαγόρου) τὸ πρῶτον μέρος περιλαμβάνει $22 \frac{1}{2}$ τμήματα, τὸ δεύτερον $2\frac{1}{2}$ καὶ τὸ τρίτον 24, οὕτως ὥστε καίτοι τὸ ἄθροισμα εἶνε πάλιν 72, τὰ τρία ὅμως μέρη δὲν εἶνε ἴσα ἀλλήλοις.

Ἐν τούτοις ἡ κατὰ μέκος χορδῆς καὶ ἡ κατὰ παλμοὺς καὶ διαστήματα διαιρέσεις τῶν Εὐρωπαίων εἶνε καθ' ὅλα παρεμφερῆς καὶ ἀνάλογος πρὸς τὴν εἰς 24 διαιρέσιν τοῦ Γαυδεντίου,

(*) *182 σελ. 48 ὅτι ταῦτα ὅλα εἰσὶν ἀρχικαὶ ἐρευνήσεις τοῦ Πυθαγόρου.

ὅπως καὶ ἡ τελευταία αὕτη διαιρέσις ἔχει τοὺς ἀριθμούς τῆς ἀνταποκρινομένων πληρέστατα πρὸς τοὺς τῶν ἀρχαίων, ὡς ἀπεδείξαμεν ἐν τοῖς πρόσθεν. Τὸ τοιοῦτο καθίσταται καταληπτόν διὰ τῆςδε τῆς κλίμακος:



Βασιζόμενοι ἐπὶ τοῦ νη, ὡς ἀρχικοῦ φθόγγου, διαιροῦμεν τὰ 24 διὰ τοῦ ὀκτώ ($\frac{9}{8}$) τὸ δὲ πηλίκον 3 προσθέτομεν εἰς τὸ 24. Τὸ ἄθροισμα 27 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Πα**. Διαιροῦμεν τὸ 27 τοῦτο διὰ τοῦ ($\frac{10}{9}$) καὶ τὸ πηλίκον 3 προσθέτομεν εἰς τὸ 27. Τὸ ἄθροισμα 30 δεικνύει τὴν θέσιν **Βου**. Διαιροῦμεν τὸ 30 τοῦτο διὰ τοῦ 15 ($\frac{16}{15}$) καὶ τὸ πηλίκον 2 προσθέτομεν εἰς τὸ 30. Τὸ ἄθροισμα 32 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Γα**. Διαιροῦμεν τὸ 32 διὰ τοῦ ὀκτώ ($\frac{9}{8}$) καὶ τὸ πηλίκον 4 προσθέτομεν εἰς τὸ 32. Τὸ ἄθροισμα 36 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Δε**. Διαιροῦμεν τὸ 36 διὰ τοῦ ἐννέα ($\frac{10}{9}$) καὶ τὸ πηλίκον 4 προσθέτομεν εἰς τὸ 36. Τὸ ἄθροισμα 40 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ **Κε**. Διαιροῦμεν τὸ 40 διὰ τοῦ ὀκτώ καὶ τὸ πηλίκον 5 προσθέτομεν εἰς τὸ 40. Τὸ ἄθροισμα 45 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ διατονικοῦ **Ξω**. Ἐπὶ τέλους διαιροῦμεν τὸ 45 διὰ τοῦ δέκα πέντε ($\frac{16}{15}$), τὸ δὲ πηλίκον 3 προσθέτομεν εἰς τὸ 45. Τὸ ἄθροισμα 48 δεικνύει τὴν θέσιν τοῦ ὑψηλοῦ **Νη**. Οὕτω δὲ ἡ Διαπασῶν ἀπὸ τοῦ 24 λήγει εἰς τὸν ἀριθμὸν 48 ἀκριβῶς· ὥστε ὁ γ φθάνει εἰς $\eta\eta$. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον διαιροῦντες θέλομεν ἶδει ὅτι τὰ 72, εἰς τὴν Διαπασῶν ἔσονται ἀριθ. 144, εἰς τὴν ἐπομένην Διαπασῶν 288 καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς ἕτοι εἰς ἐκάστην νέαν Διαπασῶν οἱ ἀριθμοὶ διπλασιάζονται καὶ ὅπως εἰς σελ. 48 φαίνεται, τὰ 72 καταντῶσιν εἰς τὸν ἀριθμ. 9216.

Ὑποδεικνύομεν ἐπίσης ἐνταῦθα ὅτι ὥσπερ τὰ τονικά διαστήματα ἐκεῖ σμικρύνονται βαθμηδὸν κατὰ μῆκος, ἐν ὧν ἀνέρχεται ἡ φωνή, καὶ καθίστανται ἐν τέλει τὰ ἡμίση τῶν ἀρχικῶν, οὕτω καὶ οἱ ἀριθμοὶ καταντῶσιν οἱ ἡμίσεις ἐν τῷ τέλει μιᾶς Διαπασῶν ἐλαττούμενοι βαθμιαίως, καθ' ὅσον ἀνέρχεται ἡ φωνή τῶν ἀλλεπαλλήλων φθόγγων. Ἐν ᾧ τούναντίον αἱ κατὰ παλμοὺς κλίμακες προχωροῦσαι αὐξάνουσιν, ὡς εἵπομεν, τοὺς παλμοὺς

καὶ τοὺς ἀριθμούς των. (*) ἐκ περιτροπῆς δ' οὕτω ἔχουσι διπλάσιον ἀριθμὸν τοῦ ἀρχικοῦ, ὅταν ἡ φωνὴ σθῆται εἰς τὸ πέραμα (τὸ ἄνω) τῆς Διαπασῶν. Ἦτοι τὸ 72 ἔσται 144 καὶ τὸ 24 ἔσται 48.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ'

§. 17. Περὶ παναρχείων ἤχων.

Παρὰ τῷ Μεσσωμίῳ Ἀριστείδῃς ὁ Κυντιλιανὸς πραγματευόμενος περὶ τῶν ἀρχαιοτάτων ἤχων ἐν σελ. 21 λέγει σὺν ἄλλοις : «Τὸ Λύδιον διάστημα συνετίθεσαν ἐκ διέσεως καὶ τόνου καὶ τόνου, καὶ διέσεως καὶ διέσεως καὶ τόνου καὶ διέσεως καὶ τοῦτο ἦν τέλειον σύστημα(**)».

Κατωτέρω ὁ αὐτὸς λέγει : «Τὸ ἐναρμόνιον ^{μεῖον} ζευγὸς χαρακτηρίζεται ἐκ τῶν τεταρτημορίων διέσεων» καὶ ἀλλαχοῦ : «Τὸ δὲ Δώριον ἐκ τόνου καὶ διέσεως καὶ διέσεως καὶ διτόνου καὶ τόνου καὶ διέσεως καὶ διέσεως καὶ τόνου, ἦν δὲ καὶ τοῦτο τόνῳ τὸ Διαπασῶν ὑπερέχον». Σημειοῦμεν ὅτι τὸ ἀπὸ ἐξ τόνους ἐν ὅλῳ ἀποτελούμενον Δώριον δὲν ὑπερβαίνει τὸ Διαπασῶν οὐδαμῶς, τοῦθ' ὅπερ καὶ ἐκ τῆς κάτωθι κλίμακος καθίσταται ὀφλόν.

Εἰτα πάλιν ὁ αὐτὸς λέγει : «Τὸ δὲ Φρύγιον ἐκ τόνου καὶ διέσεως καὶ διέσεως καὶ διτόνου καὶ τόνου καὶ διέσεως καὶ τόνου, ἦν δὲ καὶ τοῦτο τέλειον Διαπασῶν». Ἀλλ' ὅμως μετὰ βραχείαν σκέψιν ἕκαστος δύναται νὰ ἐννοήσῃ ὅτι τὸ Φρύγιον δὲν εἶνε τέλειον Διαπασῶν, ἀλλ' ἐλλειπὲς καθ' ἑν τεταρτημόριον, ἀπ' οὗ τὸ ὅλον συμποσοῦται εἰς 69 μέρη καὶ οὐχὶ εἰς 72.

(*) Ἰδε σελ. 52.

(**) Δίσειν ὠνόμαζον οἱ ἀρχαῖοι τὸ παρ' ἡμῖν τεταρτημόριον, καθ' ὃ καὶ αὐτὸς ὁ Ἀριστείδης λέγει : «Δίσειν δὲ πῦν ἐπὶ πάντων ἀκουστέον τὴν ἐναρμόνιον». Ἦν δ' ἐννοηθῇ ὅτι ἐναρμόνιος δίσεις εἶνε τὸ παρ' ἡμῖν τεταρτημόριον ἀναγόμενον πρὸ τοῦ αὐτοῦ : «Μεῖον ἔστιν ἡμῶν ἡμῶν». Περὶ δὲ τοῦ Λυδίου συστήματος, ἀποκαλεῖ τοῦτο τέλειον σύστημα, ἀλλ' ὅμως δεῖται εἰσεῖν δύο τόνων, ἵνα καταστῇ τελεία διαπασῶν.

Καὶ εἶτα : «Τὸ δὲ Ἰάστειον ἀντιτίθεται ἐκ διέσεως καὶ διέσεως καὶ διτόνου καὶ τριημιτονίου καὶ τόνου· ἦν δὲ τοῦτο τοῦ Διαπασῶν ἑλλείπον τόνω».

Ἐνταῦθα ὁμολογοῦμεν ὅτι πράγματι ἐλλεῖπει εἰς τόνος ἐκ μιᾶς Διαπασῶν, διότι τὸ ὅλον συμποσῶται εἰς 60 τμήματα.

Εἶτα δέ, Ἀριστείδης ὁ Κυντιλιανὸς λέγει : «Τὸ δὲ Μιξολύδιον ἐκ δύο διέσεων κατὰ τὸ ἐξῆς κειμένων καὶ τόνου καὶ τόνου καὶ διέσεως καὶ τριῶν τόνων, ἦν καὶ τοῦτο τέλειον σύστημα».

Πλὴν καὶ τοῦτο καθ' ἑν τεταρτημέριον ἑλλεῖπες τυγχάνει, διότι ἐν ὅλῳ περιλαμβάνει τμήματα 60 ἀντὶ 72.

Εἶτα δὲ προσθέτει : «Τὸ δὲ λεγόμενον Συντονολύδιον ἦν διέσεις καὶ διέσεις καὶ διτόνον καὶ τριημιτόνιον».

Ἐξηγουμένων τούτων ὅλων κατ' ἐφαρμογὴν ἐπὶ τῆς Ἑκκλησιαστικῆς ἡμῶν μουσικῆς, παράγεται τοιαύτη κλίμαξ :

Λύδιον	—	—	—	—	—	—	—	48
Δώριον	3	12	12	3	3	12	3	72
Φρύγιον	12	3	3	24	12	3	3	69
Ἰάστειον	12	3	3	24	12	3	12 (?)	60
Μιξολύδιον	3	3	24	18	12			69
Συντονολύδιον	3	3	12	12	3	36		48
	3	3	24	18				

$$\text{Τὸ ὅλον} = 360$$

Νῦν τίνος ἕνεκα ἀλλῶς ταῦτα γεγραμμένα εἰσὶ καὶ ἀλλῶς ἐξεταζόμενα εὐρίσκονται, εἶνε ἡμῖν σκοτεινόν. Τοῦτο μόνον φεροῦμεν, ὅτι ἐν καιρῷ διεστράφησαν καὶ μόνον ἐπὶ τοῦ πραγματικοῦ μονοχόρδου ἔξεστιν εὐρεῖν τὴν ἀλήθειαν.

(*) Παρατηροῦμεν ὅτι παραδόξως τὸ Δώριον καὶ τὸ Φρύγιον ἔχουσι τὰς αὐτὰς διαιρέσεις ἐκτὸς τοῦ ἐν τῷ Δωρίῳ ποτελευταίου τεταρτημερίου. Αἱ λοιπαὶ κλίμακες δὲ ὅλον εἶνε ὅτι δὲν ἀποτελοῦσι τελείαν Διαπασῶν, καίτοι τὸν Λύδιον καὶ Φρύγιον καὶ Μιξολύδιον ἀποκαλεῖ ὁ συγγραφεὺς τέλειον Διαπασῶν. Πρὸ πάντων ὁ Λύδιος ἀφ' ἑνὶ ἡμιτόνιῳ θέλει, ἵνα ρθῇ τὴν ἐντελῆ Διαπασῶν.

Ὡσαύτως καὶ ἐν τῷ ὑπὸ τοῦ κ. Δ. Πανταζῆ ἐκ τοῦ Ἀγγλικοῦ μεταπεφρασμένῳ Λεξικῷ, καθ' ὅσον ἀφορᾷ τοὺς ἀρχαιοτάτους ἤχους εὐρίσκομεν καὶ πάλιν διαφορὰς ὡς κατωτέρω καταδείκνυται.

Κλίμακες τῶν παναρχείων ἤχων κατὰ τὸ ἐκ τοῦ Ἀγγλικοῦ μεταφρασθέν «Λεξικόν τῆς Ἑλληνικῆς ἀρχαιολογίας».

Αὐδεῖον

$$\frac{1}{2} \quad 2 \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 2 \quad \frac{1}{4}$$

Ἑκκλ. τμήματα.

$$6 \quad 24 \quad 12 \quad 3 \quad 3 \quad 24 \quad 3 \quad 75$$

Δώρειον

$$1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 2 \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 2$$

Ἑκκλ. τμήματα.

$$12 \quad 3 \quad 3 \quad 24 \quad 12 \quad 3 \quad 3 \quad 24 \quad 84$$

Φρύγειον

$$1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 2 \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 1$$

Ἑκκλ. τμήματα.

$$12 \quad 3 \quad 3 \quad 24 \quad 12 \quad 3 \quad 3 \quad 12 \quad 72$$

Ίάστειον

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 2 \quad 1\frac{1}{2} \quad 1$$

Ἑκκλ. τμήματα.

$$3 \quad 3 \quad 24 \quad 18 \quad 12 \quad 60$$

Μεξολύδειον

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 3$$

Ἑκκλ. τμήματα.

$$3 \quad 3 \quad 12 \quad 12 \quad 3 \quad 3 \quad 36 \quad 72$$

$$363$$

Συντονολύδειον

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 2 \quad 1\frac{1}{2} \quad 2$$

Ἑκκλ. τμήματα.

$$3 \quad 3 \quad 24 \quad 18 \quad 24 \quad 72$$

Τὸ ὅλον 435

Κατὰ Μευθώμιον ὁμῶς εἶχονεν 366 τμήματα ἥτοι σχεδὸν μία Διαπασῶν ἐλλείπει (69 τμήματα). Αὕτη δ' ἡ διαφορὰ ἤγαγεν ἡμᾶς εἰς τὸ σφόνημα ὅτι ἀμρότεροι (ὅτε Μευθώμιος καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ Δ. Πανταζίδου μεταφρασθὲν τῆς Ἑλληνικῆς ἀρχαιο-λογίας Ἀγγλικὸν λεξικὸν) σφάλλουσιν...

Κατὰ Μευθώμιον τὸ Αὐδίον σύγκειται ἐκ 3, 12, 12, 3, 3, 12, 3 τὸ ὅλον 48. Τὸ αὐτὸ κατὰ τὸ Ἀγγλικὸν λεξικὸν εἶνε 6, 24, 12, 3, 3, 24, 3 τὸ ὅλον 75. Ἡ διαφορὰ εἶνε 27 ὅλα τμήματα! Ἐπίσης ὁ ἀπέναντι Δώριος δὲν διαφέρει τοῦ Φρυγίου εἰμὴ κατὰ τὸν τελευταῖον ἓνα τόνον. Αἱ ἀνωμαλῖαι αὗται φαίνονται ἡμῖν διαστρεβλώσεις.

Τέλος ἐξ ὅλων τῶν ἀνωτέρω δυσήχων τονικῶν διαστημάτων δὲν παράγεται οὔτε εἰς κάπως γλυκὺς ἦχος. Ἐξ αὐτῶν λοιπὸν τῶν δυσήχων καὶ ἀνουςίων διαιρέσεων βεβαίως καὶ δικαίως εἰκάζομεν, ὅτι, ἅμα ὁ Ὀλυμπος ἐπενόησε τὸ ἐναρμόνιον γένος λίαν ἐπηνέθη παρ' ὅλων τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Καὶ τότε φυσικῶ τῷ λόγῳ αἱ διαιρέσεις τοῦ ἐναρμονίου γένους ἐσάνησαν λίαν ἀρεσταὶ καὶ ἀξιέπαινοι. Τοῦτο τὸ γένος κατὰ τὰ γραφέντα ὑπὸ τοῦ Πλουτάρχου, παρουσιάζει ἓνα γλυκύτατον ἦχον κατὰ τὸν καθ' ἡμᾶς ἀρμονικὸν $\Pi\alpha$, μικτὸν μετὰ τοῦ νεανῶ χρωματικοῦ τῶν Βυζαντινῶν· ὥστε ἀκούεται ἐκ τῆς χορδῆς ἐνίοτε χρωματικὸς ἦχος κατὰ νεανῶ τῶν Βυζαντινῶν, καὶ ἐνίοτε ὡς ἀρμονικὸς π τὸν καλούμενον σήμερον «πουσσελίχ». Λέγοντες δὲ αὐτὸν πουσσελίχ, ἃς μὴ νομίση τις ὅτι ἡ ὀνομασία αὕτη ἦτο γνωστὴ εἰς τὸν Ὀλυμπον, διότι κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτοῦ ὅλοι ἦσαν Ἕλληνες εἰδολωλάτραι, οὐδὲν δ' ἕτερον θρησκευμα ἦτο γνωστὸν αὐτοῖς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ II'.

§ 18. Συμπληρωματικαὶ ἀποδείξεις περὶ τοῦ ἐναρμονίου γένους.

Περὶ τοῦ ἐναρμονίου γένους ὁ Νικέμαχος δίδει ἡμῖν τὸν ἐξῆς κανόνα :

«Τὸ δὲ ἐναρμόνιον γένος τὴν προκοπὴν τοιαύτην ἔχει· Δίε-
»σις ὅπερ ἐστὶν ἡμιτονίου ἡμιτον, καὶ πάλιν ἄλλη Δίεσις συναμ-
»φότεραι ἡμιτονίῳ ἴσαι, καὶ τὸ λειπόμενον τοῦ τετραχόρδου
»ὅλον δίτονον ἀσύνθετον, ἵνα καὶ τοῦτο δυοὶ τόνοις καὶ ἡμιτο-
»νίῳ ἴσον ᾗ».

Ὡστε τὸ Ἐναρμόνιον τῶν ἀρχαίων, καθ' ἡμᾶς προέβαινεν οὕτω ἐπὶ τῆς χορδῆς : τεταρτημόριον καὶ τεταρτημόριον, εἴπα δίτονον ἀσύνθετον, ὅπερ εἶνε ὡς δύο τόνοι ἀχώριστοι ἀπ' ἀλλή-
λων ὡς 3, 3 καὶ 24 τμήματα τὸ ὅλον 30.

Αὕτη δ' εἶνε βεβαίως ἡ ὑπὸ τοῦ Ὀλύμπου ἀρχικῶς ἐφευρε-
θεῖσα διαίρεσις τοῦ ἐναρμονίου τετραχόρδου, ἥτις παρήχθη
λέγομεν ἐκ τοῦ τονιαίου χρωματικῆς, ἀφ' οὗ οἱ μικροὶ τούτου
τόνοι χρωματικῶς ἐτι μᾶλλον ἐσμικρύνθησαν, οἱ δὲ μεγάλοι
τόνοι ἐτι μᾶλλον ἐμεγεθύνθησαν. Καὶ ἵνα κάλλιον ἐννοήσῃ τις
παραθέτομεν τὴν διαίρεσιν τοῦ τονιαίου χρωματικῆς γένους,
καὶ τὴν τοῦ (τότε) ἐναρμονίου, οὕτω :

Χρῶμα τονιαῖον	6,	6,	18 = 30 (*)
Ἐναρμόνιον	3,	3,	24 = 30

(*) Σημειοῦμεν ὅτι τὸ χρωματικὸν τοῦτο καὶ ἐναρμόνιον δὲν εἶνε τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἡμέτερα τὰ σημερινά. Πρὸς τούτοις παρατηροῦμεν ὅτι καὶ τινὰ τῶν ἀρχαίων εἰσὶ τόσον σκοτεινά, ὥστε διστάζει ἕκαστος νὰ παραδε-
χθῇ ὡς ἀληθῆ. Α. λ. ἐν τῷ Μεσσηνιακῷ βιβλίῳ τὴν διαίρεσιν τοῦ μαλα-
κοῦ χρώματος ὁρίζει εἰς 4, 4, 22 ἤτοι τὸ ὅλον τοῦ τετραχόρδου 30. Τὸ
δ' ἡμιόλιον ὁρίζει εἰς 4 1/2, 4 1/2, 21, ἤτοι τὸ ὅλον πάλιν 30. Ἀλλ' ὅμως

Τουτέστι τὰ ἀφαιρεθέντα ἐκ τῶν δύο ἡμιτονίων τοῦ χρωματικοῦ ($3+3=6$) προσετέθησαν εἰς τὸν μέγαν τούτου τόνον τὸν 18 καὶ ἐγένετο (ἐν τῷ ἐναρμονίῳ) 24, τόνος μέγιστος καὶ 3, 3 οἱ μικροί. Ἐκ τῆς μεταβολῆς ταύτης τοῦ χρωματικοῦ ἐπήγαγε τὸ Ἐναρμονίον γένος, ὅπερ καίτοι παρουσιάζον ἄλλην μορφήν εἶνε ὅμως τῆς αὐτῆς φύσεως σχεδὸν μὲ τὸ χρωματικόν, καθ' ὃ ἐξ ἐκείνου σχηματισθέν. Καὶ ἀρχικῶς μὲν ἡ κλίμαξ τοῦ Ἐναρμονίου γένους κατὰ Πλούταρχον ἦτο τῶν Διεzeugμένων, κατόπιν δ' ὁ Πυθαγόρας ἐποίησεν αὐτὴν καὶ τῶν Συνγμένων διὰ προσθήκης ἑνὸς ἡμιτονικοῦ ἀστερίσκου ἐν τῷ μέσῳ τῆς ὀξείας καὶ βαρείας Διαπασῶν (ἴδε τὸ μονοχόρδον τῶν Συνγμένων). Ἡ ἀρχικὴ κλίμαξ τοῦ γένους τούτου 3, 3, 24 καὶ πάλιν 3, 3, 24 παρουσιάζει διὰ τῶν αὐτῶν διαιρέσεων δύο ἡ τριῶν εἰδῶν ἤχους.

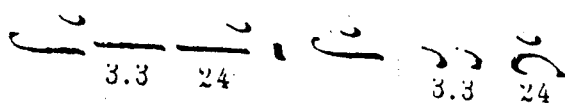
§ 19. Περὶ τῶν παρὰ τῷ διτόνῳ τοῦ Ἐναρμονίου γένους πυκνῶν φθογῶν.

Περὶ τούτων ὁ Ἀριστοξένος ἐν τῷ γ'. βιβλίῳ τοῦ Μεγίστου, σελ. 65 λέγει:

«Πυκνὸν μὲν οὖν πρὸς διτόνῳ καὶ ἐπὶ τὸ βαρὺ καὶ ἐπὶ τὸ ὀξὺ δίδεται. Δέδεικται γάρ ἐν τῇ συναφῇ ἐναλλάξ τιθέμενα ταῦτα τὰ διαστήματα· ὥστε δηλὰ ἐκάτερον ἐκατέρου καὶ ἐπὶ τὸ βαρὺ καὶ ἐπὶ τὸ ὀξὺ τευθήσεται».

καὶ οἱ μὴ ἐγκρατεῖς ἐτι τῆς μουσικῆς ἐννοοῦσιν ὅτι διαφορά $\frac{1}{2}$ καὶ $\frac{1}{2}$ καὶ 1 τμήματος δὲν εἶνε ἐκτελεστή καὶ ἐπὶ μουσικοῦ ὀργάνου ἀκόμη. Πῶς λοιπὸν ἐκ ταύτης σχηματισθῆσεται διάφορον χρῶμα καὶ διάφορος ἤχος; Ἐπὶ νηλαζόμεν ὅτι θεωροῦμεν ταῦτα εἴτε σκοπίμως διαστρεβλωθέντα εἴτε ὁλως ἄσκοπα. Ἀριστείδης ὁ Κυντιλιανὸς περὶ τοῦ τεταρτημορίου 3 γράφει, ὅτι τοῖς πολλοῖς εἶνε ἀδύνατον, πόσω δὲ μᾶλλον τὸ ἐν τμήμα καὶ ἡμῖς!

Τουτέστιν οἱ πυκνοὶ φθόγγοι προηγούνται ὅπως ἐν ἀναβάσει
οὕτω καὶ ἐν καταβάσει· οἷον



Καὶ ἐν σελίδι 74, ὁ αὐτὸς λέγει : «Δεύτερον δὲ οὐ δέσεις ἐφ’
ἐκατέρου τοῦ διτόνου κείται» ὁγλ. 3, 24 καὶ 3.

Κατὰ τὸν ἀνωτέρω κανόνα τοῦ Ἀριστοξένου εἰάν τις τὰ πυκνά
τοῦ ἐναρμονίου γένους τῶν ἀρχαίων ἀρχίζῃ ἐκ τοῦ Μιξολυδίου
καὶ τελειώῃ, πάλιν εἰς τὸν Μιξολυδίον, ἀκούεται ἡχὸς τις χρω-
ματικὸς κατὰ νενανῶ τῶν Βυζαντινῶν εἰς τὰ τετράχορδα. Ἐάν
δὲ ἀρχίζῃ ἐκ τοῦ προσλαμβανομένου **Κε**, προβαίνων δὲ τὴν
αὐτὴν πορείαν μέχρι τῆς δις Διαπασῶν κατὰ διεξευγμένον ἐπι-
στρέσῃ καὶ τελειώῃ, πάλιν εἰς τὸν **Κε**, τότε ἀκούεται καὶ
ὡς ἀρμονικὸς **Πα**, ὡς τὸ Τουρκιστί **Πουσελίκ** καλούμενον
μικτὸν μετὰ τοῦ χρωματικοῦ νενανῶ τῶν Βυζαντινῶν. Πρὸς τού-
τοις ἀκούεται καὶ ὡς χρωματικὸς νενανῶ μικτὸς μετὰ τοῦ πλα-
γίου τοῦ δ’. Τουτέστιν ἐν τῇ διαιρέσει τούτου τοῦ γένους ὑπο-
κρύπτονται δύο τρεῖς ἡχοι. Πιθανῶς ὡς ἐκ τούτου ἐκλήθη Ἐναρ-
μόνιον.

Ἐάν ὁ ἀναγνώστης ἀρχόμενος ἀπὸ τοῦ Προσλαμβανομένου
(εἰς τοὺς ἐρυθροὺς ἀριθμοὺς τῶν ἐναρμονίων διαστημάτων τοῦ
ἐναρμονίου μόνοχόρδου, προβῇ μέχρι τῆς ἀντιφωνίας παρουσια-
σθήσεται ἡδὺς τις ἡχος καθ’ ἀρμονικὸν π , ὃν ὀνομάζομεν τὴν
τῆμερον Τουρκιστί **Πουσελίκ**, καὶ ὅστις εἶνε ὁ κληθεὶς **Γένος**
«Ἐναρμόνιον». Μὴ δὲ ἀγόμενός τις ὑπὸ τοῦ ξένου ὀνόματος
(πουσελίκ) πιστεύσῃ καὶ τὸν ἡχον ὡς ξένον ὄντα. Καὶ ἀνω-
τέρω λόγου γενομένου, ἀνεσφέραμεν ὅτι ὁ Ὀλυμπος τυγχάνει οὐ
μόνον πρῶτος αὐτοῦ ἐφευρέτης, ἀλλὰ καὶ ὅτι ἐμελοῦργησε
τοῦτο κατὰ τὸ Διεξευγμένων, ὡς περὶ τούτου μαρτυρεῖ ὁ Πλού-
ταρχος, καὶ οὐχὶ κατὰ τὸ τῶν Συναρμμένων σύστημα, διότι τοῦτο
ἐγένετο ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου πολλοὺς αἰῶνας βραδύτερον. Ἄν

δ' ἄρξῃται ὁ ἀναγνώστης βαίνων ἀπὸ τοῦ Μιξολυδίου καὶ κατὰ
λήξῃ πάλιν εἰς τὸν αὐτὸν κατὰ 3, 3, 24 χωρὶς ποσῶς νὰ καταβῇ
εἰς τὸν Προσλαμβανόμενον, τότε παρουσιασθῇσεται ἡχος ὁμοῖος
πρὸς τὸν καθ' ἡμᾶς πλάγ. τοῦ 6'. χρωματικὸν κατὰ τὸ νενανώ-
των Βυζαντινῶν. Ἄν δὲ διαβάς τὰς ρηθείσας διαιρέσεις καταβῇ
ἐπὶ τέλους εἰς τὸν Προσλαμβανόμενον, τότε παρουσιασθῇσεται
ἡχος τις μικτὸς χρωματ. ὡς καταλήγων εἰς τὸν ν . Καὶ οὕτω

ἐν τῷ Ἐναρμονίῳ γένει ὑπολαμβάνουσι πράγματι δύο ἢ τριῶν
εἰδῶν ἡχοι ἐν τῇ αὐτῇ διαιρέσει καὶ ὡς ἐκ τούτου ἴσως ὠνομάσθη
ἐναρμόνιον. Τὴν δὲ λέξιν «Ἐναρμόνιον» οἱ Εὐρωπαϊκὴν συμ-
φωνίαν θεωροῦντες ἀπατῶνται, τοῦτο μὲν διότι ἡ ὀνομασία
αὕτη, ὡς εἶπομεν, ἐδόθη πρὸ τῆς ὑπάρξεως καὶ ἐφευρέσεως Εὐ-
ρωπαϊκῆς μουσικῆς ὑπὸ τοῦ ἐφευρέτου τοῦ γένους τούτου· Ὀλύμ-
που, πολὺ πρὸ τοῦ Πυθαγόρου καὶ Ἀριστοξένου, τοῦτο δὲ διότι
οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες καὶ τὸν ἀπλοῦν ἡχον ἐκάλουν ἁρμο-
νίαν. Καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ Ὀλύμπου δὲ ἐν πρώτοις κλασθὲν Ἐναρ-
μόνιον ἦτο εἰς μονότονον εἶδος. Ἰδοὺ δὲ τί λέγει ὁ Πλούταρχος
περὶ τούτου (Πλούταρχ. Μουσικ. τόμ. 12).

«Ὀλυμπος δέ, ὡς Ἀριστοξένος φησιν, ὑπολαμβάνεται ὑπὸ
» τῶν μουσικῶν τοῦ ἐναρμονίου γένους εὐρετῆς γεγενῆσθαι τὰ γὰρ
» πρὸ ἐκείνου πάντα διάτονα καὶ χρωματικά ἦν. Ὑπονοοῦσι δὲ τὴν
» εὐρεσιν τοιαύτην τινὰ γενέσθαι. Ἀναστρεφόμενον τὸν Ὀλυμ-
» πον ἐν τῷ Διατόνῳ καὶ διαβιβάζοντα τὸ μέλος πολλάκις ἐπὶ
» τὴν διάτονον **Π**αραυπάτην τότε μὲν ἀπὸ τῆς **Π**αραμέσης,
» τότε δὲ ἀπὸ τῆς **Μ**έσης, καὶ παραβαίνοντα τὴν **Δ**ιέτονον
» **Δ**ιχαλὸν καταμαθεῖν τὸ κάλλος τοῦ ἡθους, καὶ οὕτω τὸ ἐκ
τῆς ἀναλογίας συνεστηκὸς σύστημα θαυμάσαντα καὶ ἀποδεξά-
» μενοι ἐν τούτῳ ποιεῖν ἐπὶ τοῦ Δωρίου τόνου, οὔτε γὰρ τῶν τοῦ
» Διατόνου ἰδίων οὔτε τῶν τοῦ χρώματος ἄπτεσθαι, ἀλλ' ἤδη τῶν
» τῆς ἁρμονίας».

Αὕτη καθ' ἡμᾶς εἶνε ἡ περὶ τοῦ Ἐναρμονίου Γένους ἀλή-
θεια καὶ ἀκριβοὺς ἐξηγήσεις διὰ τοῦ ἡχοῦ τῆς χορδῆς. Τὸ «τὰ γὰρ

πρὸ ἐκείνου (τοῦ Ὀλύμπου) πάντα Διάτονα καὶ Χρωματικά ἦν» καθίσταται καταληπτόν δι' ἐξετάσεως τοῦ τρίτου μονο-
χόρδου τοῦ χρωματικοῦ γένους μεταξὺ τῆς Παρυπάτης Ὑπα-
τῶν καὶ Ὑπάτης Μέσης, ἐνθα σημειοῦται Χρωματικὴ τῶν
Ὑπατῶν καὶ Ὑπατῶν Διάτονος. Ἀμφοτέρωτα ταῦτα ἀραι-
ροῦνται ἐκ τοῦ α' τετραχόρδου τῶν Ὑπατῶν καὶ ἐκ τοῦ β' τῶν
Μέσων, ὅπως εἶνε ἀφαιρεμένα ἐκ τῆς τῶν ἀρχαίων ἐναρμονίου
κλίμακος (*). Τὴν ἀφαίρεσιν ταύτην τοῦ Διατόνου καὶ Χρωμα-
τικοῦ ἀπὸ τοῦ Ἐναρμονίου γένους ἐπιβάλλει ὁ Πλούταρχος διὰ
τοῦ «οὔτε γὰρ τῶν τοῦ Διατόνου ἰδίων οὔτε τῶν τοῦ χρώματος
ἀπτεσθαι». Ἐξηγήσωμεν δὲ καὶ τὸ «Ἀναστρεφόμενον τὸν
Ὀλυμπον ἐν τῷ Διατόνῳ (γένει) καὶ διαβιβάζοντα τὸ μέλος
πολλάκις ἐπὶ τὴν Διάτονον Παρυπάτην (**)» τοιὲ μὲν ἀπὸ τῆς
Παραμέσης τοιὲ δὲ ἀπὸ τῆς Μέσης (***)».

Ἀκριβῶς μεταξὺ Μέσης καὶ Παραμέσης ὁ Πυθαγόρας ἔθρηκε
τὸν, περὶ οὗ πολλάκις εἵπομεν, ἡμιτονικὸν ἀστερίσκον αἰῶνας
πολλοὺς μετὰ τὸν Ὀλυμπον καὶ τὸ Διέζευγμένων ἐποίησε Συ-
νημμένων. Ὅσον ἀφορᾷ τὸν «Δώριον τόνον», ἐν ἀναφέρει ἐν
τοῖς ἀνωτέρω ὁ Πλούταρχος λέγεμεν ὅτι ἦτο οὗτος παρὰ τοῖς
ἀρχαίοις ὁ **Ιου**, ὅπως ὁ παρ' ἡμῖν **Ιε**.

Ἡ κλίμαξ, ἣτις παρουσιάζεται ἐκ τοῦ κατὰ Διέζευγμένων
πρώτου σχηματισμοῦ τοῦ Ἐναρμονίου Γένους ὑπὸ τοῦ Ὀλύμπου.

(*) Ἰδε καὶ τὸ τέταρτον μονόχορδον, ὅπερ εἶνε ἐγκεχαραγμένον ὡς Ἐκκλ.
μουσικὴ κλίμαξ, ὅπόθεν ἐκδεσθλημένα ὄντα εὐρίσκονται δεξιόθεν τῶν 24 κεχα-
ραγμένα ἐρυθρεῖς γράμμασιν ἧτοι ἔχουσι τὰς ἑαυτῶν θέσεις κάτωθι τῶν 24.

(**) Εἰς τὸν Νη καθ' ἡμᾶς ἀκούεται ὡς εἰς ἐναρμόνιον καλούμενον $\begin{smallmatrix} \text{f} \\ \text{g} \end{smallmatrix}$

ἐν ἣ χορδῇ βασιζῆται ἐπὶ τοῦ καθ' ἡμᾶς $\begin{smallmatrix} \text{f} \\ \text{g} \end{smallmatrix}$.

(***) Παραμέση μὲν κατὰ τοὺς ἀρχαίους εἶνε ὁ διατονικὸς Z' , Μέση δὲ ὁ
κατ' ἀρχαίους **Κε** ὁ ὑψηλὸς ἦτοι ὁ ἐπτάρωνος ἢ ἀντίφωνος τοῦ Προσλαμβη-
νομένου.

Τὸ μονόχορδον τοῦτο φαίνει κατὰ δις Διαπασῶν. Ὁ περὶ οὗ ὁ λόγος ἀστερίσκος ἐτέθη ἐν τῷ μέσῳ τῆς α' καὶ β' Διαπασῶν, ἐνθα εὐρίσκεται ὁ Παράμεσος μεῖζων τόνος ἥτοι ὁ διατονικὸς $\mathcal{M}\omega$. Δι' αὐτοῦ ἡ βαρεῖα Διαπασῶν συνδέεται τῇ ὀξείᾳ διὰ συστήματος ἡμιτόνου, τόνου, τόνου. Καλεῖται δ' ὁ ἀστερίσκος Τρίτη Συνήμιμένων. Ἐκ τοῦ ὀξείας ἐπιστρέφων ὁ Πυθαγόρας κατέρχετο κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, καθ' ὃν ἀνέρχετο.

$\mathcal{M}\omega$ — $\overset{24}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{24}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{18}{\curvearrowright}$ $\overset{18}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{24}{\curvearrowright}$
 Ικε γα. ου ου νη ζω ω πα ζω κε ε γα

$\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{24}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{12}{\curvearrowright}$ $\overset{x}{\curvearrowright}$
 ου ου νη ζω ω κε

Ἰδοὺ τέλος ἐτέρᾳ κλίμαξ, ἥτις ἔχει ὡς χρωματικὸς μικτὸς ἦχος, ἔταν ἀρχηται ἀπὸ τοῦ Μιξολυδίου καὶ ἥτις ἀναβαίνουσα μέχρι τῆς ἀντιφωνίας κατέρχεται πάλιν μέχρι τοῦ Ικε, ὅτε ἀκούεται, ὡς ἀπὸ χρωματικοῦ μικτὸς ἦχος μετὰ τὰς αὐτὰς διαιρέσεις.

$\mathcal{M}\omega$ $\overset{9}{\curvearrowright}$ $\overset{12}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{24}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{24}{\curvearrowright}$ $\overset{x}{\curvearrowright}$ $\overset{x}{\curvearrowright}$
 ζω νη η ου ου γα α κε κε

$\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{3}{\curvearrowright}$ $\overset{x}{\curvearrowright}$ $\overset{x}{\curvearrowright}$
 γα ου ου νη ζω ω κε

ὑπὸ τοιοῦτον ἦχον σώζονται ἄσματα τινα ἀρχαῖα ὀνημοτικά ὡς τὸ κατωτέρω.



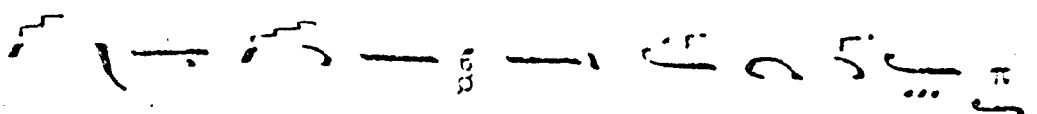
Κλεισταις ἤλθαν σταθεροὺς ναυκληροὺς τοῦ



Παπὰ τὰ ἀκροῦνι ποὺ χετοῦ χροῦ σο



μα ἀλλ' ἵκετο καὶ τὸ πῆμα καὶ πα



ει παρὰ καὶ παρὲς μαλ' ἀνέπει

Τοῦτο κατ' ἐμὴν παρατήρησιν εἶνε μεμελουργημένον κατὰ γένος ἑναρμόνιον, εἶνε δὲ μέλος Ἑλληνικώτατον. Διὰν πιθανῶς, ὡς εἶπομεν καὶ προηγουμένως, ὀνομάσθῃ « Ἑναρμόνιον » τὸ γένος τοῦτο ἐκ τῆς ἐν τῇ αὐτῇ διαιρέσει ποικιλίας δύο τριῶν ἤχων, ἐπεὶ δὴ παρατηρεῖται ὡς νὰ ἐμφωλεύωσιν ἐν αὐτῷ δύο τριῶν εἰδῶν ἤχοι. Ἐάν τις ἀρχίζῃ ἀπὸ τοῦ Μιξολυδίου καὶ προβαίῃ μέχρι τῆς ἀντιφωνίας, ὁγδοῦς μέχρι τοῦ ὀξείας Μιξολυδίου κατὰ διεzeugμένων, ἡ χορδὴ παρουσιάζει ἤχον χρωματικὸν κατὰ νεανῶ των Βυζαντινῶν, ὡς πολλάκις προείπαμεν, οὐχὶ δὲ τρίτον ἤχον ἢ ἑκτὸν ἑναρμόνιον καλούμενον. Ἐάν δὲ ἀρχίστῃ ἀπὸ τοῦ Προσλαμβανομένου, ἡ χορδὴ τότε παρουσιάζει ἤχον τινα ὡς ἀπὸ χρωματικοῦ μικτὸν πλάγιον τοῦ δ'. Ἐνίστε δὲ παρουσιάζει ἤχον τινα ὡς ἑναρμόνιον δ'. τὸ ὀνομαζόμενον Πουσελίκην τὴν σήμερον.

ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΜΕΡΟΥΣ.